



2012.
GODINA
LV



GRAĐEVINSKI MATERIJALI I KONSTRUKCIJE

1

BUILDING MATERIALS AND STRUCTURES

ČASOPIS ZA ISTRAŽIVANJA U OBLASTI MATERIJALA I KONSTRUKCIJA
JOURNAL FOR RESEARCH OF MATERIALS AND STRUCTURES



DRUŠTVO ZA ISPITIVANJE I ISTRAŽIVANJE MATERIJALA I KONSTRUKCIJA SRBIJE
SOCIETY FOR MATERIALS AND STRUCTURES TESTING OF SERBIA

Odlukom Skupštine ***Društva za ispitivanje materijala i konstrukcija***, održane 19. aprila 2011. godine u Beogradu, promenjeno je ime časopisa **Materijali i konstrukcije** i od sada će se časopis publikovati pod imenom **Građevinski materijali i konstrukcije**.

According to the decision of the Assembly of the ***Society for Testing Materials and Structures***, at the meeting held on 19 April 2011 in Belgrade the name of the Journal **Materijali i konstrukcije** (Materials and Structures) is changed into **Building Materials and Structures**.

Professor Radomir Folic
Editor-in-Chief

GRAĐEVINSKI MATERIJALI I KONSTRUKCIJE

BUILDING MATERIALS AND STRUCTURES

ČASOPIS ZA ISTRAŽIVANJA U OBLASTI MATERIJALA I KONSTRUKCIJA
JOURNAL FOR RESEARCH IN THE FIELD OF MATERIALS AND STRUCTURES

INTERNATIONAL EDITORIAL BOARD

Professor **Radomir Folić**, Editor in-Chief
Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad, Serbia
Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, Srbija
e-mail: folic@uns.ac.rs

Assoc. professor **Mirjana Malešev**, Deputy editor
Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad,
Serbia
Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu, Srbija
e-mail: miram@uns.ac.rs

Dr **Ksenija Janković**
Institute for Testing Materials, Belgrade, Serbia
Institut za ispitivanje materijala, Beograd, Srbija

Dr **Jose Adam, ICITECH**
Department of Construction Engineering, Valencia,
Spain.

Professor **Radu Banchila**
Dep. of Civil Eng. „Politehnica“ University of
Timisoara, Romania

Professor **Dubravka Bjegović**
Civil Engineering Institute of Croatia, Zagreb, Croatia

Assoc. professor **Meri Cvetkovska**
Faculty of Civil Eng. University "St Kiril and Metodij",
Skopje, Macedonia

Professor **Michael Forde**
University of Edinburgh, Dep. of Environmental Eng.
UK

Dr **Vladimir Gocevski**
Hydro-Quebec, Motreal, Canada

Professor **Miklos Ivanyi**
University of Pecs, Faculty of Engineering, Hungary.

Professor **Asterios Liolios**
Democratous University of Trace, Faculty of Civil Eng.,
Greece

Predrag Popović
Wiss, Janney, Elstner Associates, Northbrook, Illinois,
USA.

Professor **Tom Schanz**
Ruhr University of Bochum, Germany

Professor **Valeriu Stoin**
Dep. of Civil Eng. „Poloitehnica“ University of
Timisoara, Romania

Acad. Professor **Miha Tomazević**, SNB and CEI,
Slovenian Academy of Sciences and Arts,

Professor **Mihailo Trifunac**, Civil Eng.
Department University of Southern California, Los
Angeles, USA

Lektori za srpski jezik: Mr **Miloš Zubac**, profesor

Proofreader: **Aleksandra Borojev**, profesor

Technical editor: Prof. **Jelisaveta Šafranj**, Ph D

Stoja Todorovic, e-mail: saska@imk.grf.bg.ac.rs

PUBLISHER

Society for Materials and Structures Testing of Serbia, 11000 Belgrade, Kneza Milosa 9
Telephone: 381 11/3242-589; e-mail: dimk@ptt.rs, veb sajt: www.dimk.rs

REVIEWERS: All papers were reviewed

COVER: Naučni centar Detroita, Detroit, Mičigen (foto M. Folić)
Detroit Science Center, Detroit, Michigan (Photo M. Folic)

Financial supports: Ministry of Scientific and Technological Development of the Republic of Serbia

DRUŠTVO ZA ISPITIVANJE I ISTRAŽIVANJE MATERIJALA I KONSTRUKCIJA SRBIJE
SOCIETY FOR MATERIALS AND STRUCTURES TESTING OF SERBIA

GRAĐEVINSKI MATERIJALI I KONSTRUKCIJE

BUILDING MATERIALS AND STRUCTURES

ČASOPIS ZA ISTRAŽIVANJA U OBLASTI MATERIJALA I KONSTRUKCIJA
JOURNAL FOR RESEARCH IN THE FIELD OF MATERIALS AND STRUCTURES

SADRŽAJ

Špiro GOPČEVIĆ Stanko BRČIĆ Ljiljana ŽUGIĆ DINAMIČKA ANALIZA KABLOVA Originalni naučni rad	3
Elefterija ZLATANOVIĆ Dragan LUKIĆ Aleksandar PROKIĆ FIZIČKI MODELI TUNELSKIH OBJEKATA U EKSPERIMENTALNIM ISTRAŽIVANJIMA - I deo: Tehnike modeliranja iskopa tunelskih objekata Pregledni rad	33
Dragan BOJOVIĆ Dragan NIKOLIĆ Ksenija JANKOVIĆ Ljiljana LONČAR OCENA UTICAJA KOLIČINE VAZDUHA NA ČVRSTOĆU BETONA KLASIČNIM PRISTUPOM I NEURONSKIM MREŽAMA Originalni naučni rad	47
Dušan BERISAVLJEVIĆ Nenad ŠUŠIĆ OSNOVE ISPITIVANJA INTEGRITETA ŠIPOVA S PRIMERIMA IZ PRAKSE Stručni rad	55
Uputstvo autorima	65

CONTENTS

Spiro GOPCEVIC Stanko BRCIC Ljiljana ZUGIC DYNAMIC CABLE ANALYSIS Original scientific paper Original scientific paper ..	3
Elefterija ZLATANOVIC Dragan LUKIC Aleksandar PROKIC PHYSICAL MODELING OF TUNNEL STRUCTURES IN EXPERIMENTAL TESTS - Part I: Modeling techniques of tunnel excavation Review paper	33
Dragan BOJOVIC Dragan NIKOLIC Ksenija JANKOVIC Ljiljana LONCAR EVALUATION OF AIR CONTENT ON CONCRETE COMPRESSIVE STRENGTH WITH CLASSICAL APPROACH AND NEURAL NETWORKS Original scientific paper	47
Dusan BERISAVLJEVIC Nenad SUSIC BASIS OF PILE INTEGRITY TESTING WITH FEW CASE HISTORIES Professional paper	55
Preview report	65

CIP - Каталогизacija u publikaciji
Narodna biblioteka Srbije, Beograd

620.1

GRAĐEVINSKI materijali i konstrukcije :
časopis za istraživanja u oblasti materijala
i konstrukcija = Building Materials and
Structures : journal for research of
materials and structures / editor-in-chief
Radomir Folić. - God. 54, br. 1 (2011)-
- Beograd (Kneza Miloša 9) : Društvo za
ispitivanje i istraživanje materijala i
konstrukcija Srbije, 2011- (Novi Beograd :
Hektor print). - 30 cm

Tromesečno. - Je nastavak: Materijali i
konstrukcije = ISSN 0543-0798
ISSN 2217-8139 = Građevinski materijali i
konstrukcije
COBISS.SR-ID 188695820



DINAMIČKA ANALIZA KABLOVA

DYNAMIC CABLE ANALYSIS

Špiro GOPČEVIĆ
Stanko BRČIĆ
Ljiljana ŽUGIĆ

ORIGINALNI NAUČNI RAD
UDK: 624.071.23 = 861

1 UVOD

Kablovi, kao konstruktivni elementi, upotrebljavaju se u mnogim oblastima inženjerstva i predstavljaju vitalni noseći deo raznih konstrukcija kao što su: mostovi velikih raspona s kablovima – viseći mostovi i mostovi s kosim kablovima, krovne konstrukcije s kablovskim mrežama, komunikacijski tornjevi s kosim zategama, konstrukcija za eksploataciju nafte u morima s kablovima za sidrenje, vodovi za prenos električne energije itd. Postoje generalno dva prilaza u razvoju konačnih elemenata za kablove. Prvi prilaz je upotreba polinoma u opisu oblika i polja pomeranja. Drugi prilaz je upotreba analitičkih izraza za lančanicu, koji u matematičkom smislu tačno opisuju kabl pod različitim uslovima opterećenja.

U prvom prilazu, usvajaju se interpolacione funkcije, koje treba da opišu nelinearno ponašanje kabla, i razvijeni su konačni elementi: prosti štap sa dva čvora [2,3,9,12], prosti štap sa unutrašnjim čvorovima [1,2,13], gredni element sa dva čvora i sa unutrašnjim čvorovima [2,8,12]. Prosti štap sa dva čvora jeste element koji se najčešće upotrebljava prilikom modelovanja kablova, a pogodan je za modelovanje kablova koji su zategnuti s visokom silom zatezanja. Da bi se u obzir uzeo i ugib kabla, moduo elastičnosti kabla zamenjuje se ekvivalentnim (Ernstovim) modulom elastičnosti [16].

1 INTRODUCTION

Cables, as structural elements, are being used in many fields of engineering and present the vital structural elements of various cable-supported structures, such as: the long-span bridges, like suspension and cable-stayed bridges, roof structures with cable nets, communication towers with cable-stays (masts), floating off-shore oil platforms with anchoring cables, transmission power lines etc. Generally, there are two approaches in development of the finite elements related to numerical modeling of cables. The first approach is the use of polynomials to describe the shape of cable and the displacement field. The second approach is use of analytical catenary relations, which in the mathematical sense exactly describe the cable under various loading conditions, in accordance with the corresponding catenary theory.

In the first approach, the interpolation functions which should describe the non-linear cable behavior are assumed and the finite elements are developed: truss beam with two nodes [2,3,9,12], truss beam with internal nodes [1,2,13], beam with two nodes and with internal nodes [2,8,12]. The truss element with two nodes is the element that is mostly used in modeling of cables. This element is convenient for cables that are exposed to high tension forces. In order to take into account the sag

Dr Špiro Gopčević, dipl.inž.građ. AD Železnice Srbije, Nemanjina 6, 11000 Beograd, Srbija; e-mail: spiro.gopcevic@srbrail.rs
Prof. dr Stanko Brčić, dipl.inž.građ.Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Beograd, Srbija; e-mail: stanko@grf.bg.ac.rs
Doc. dr. Ljiljana Žugić, dipl.inž.građ. Univerzitet Crne Gore, Građevinski fakultet, Cetinjski put bb, 81000 Podgorica, Crna Gora; e-mail: ljiljaz@ac.me

Dr Špiro Gopčević, Civ.Eng., Železnice Srbije AD, Nemanjina 6, 11000 Belgrade, Serbia; e-mail: spiro.gopcevic@srbrail.rs
Prof. dr Stanko Brčić, Civ.Eng. University of Belgrade, Faculty of Civil Eng., Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Belgrade, Serbia; e-mail: stanko@grf.bg.ac.rs
Ass. Prof. dr Ljiljana Žugić, Civ.Eng., University of Montenegro, Faculty of Civil Eng., cetinjski put bb, 81000 Podgorica, Montenegro; e-mail: ljiljaz@ac.me

Na taj način, aksijalna krutost pravolinijskog elementa postaje ekvivalentna aksijalnoj krutosti krivolinijskog elementa. Prosti štap sa unutrašnjim čvorovima uključuje efekte geometrije kabla preko uvođenja internih čvorova. U pogledu ovih elemenata se kao interpolacione funkcije upotrebljavaju polinomi višeg reda. Da bi se izbegao diskontinuitet u nagibu između dva prosta štapa u čvoru gde ne deluje koncentrisano opterećenje, jer se sistem tada ponaša kao mehanizam i može da prouzrokuje numeričke probleme u vezi s konvergencijom, upotrebljavaju se gredni elementi koji uspostavljaju kontinuitet u nagibu na spoju dva elementa, jer sadrže rotacione stepene slobode pomeranja u krajnjim čvorovima. Elementi zasnovani na polinomima pogodni su za modelovanje kablova s malom strelom. Kada su u pitanju kablovi s velikom strelom, potrebno je kabl izdeliti na veći broj elemenata.

U drugom prilazu, analitički izrazi za lančanicu upotrebljavaju se da realno opišu ponašanje kabla [5,7,8,9,10,11,14,15]. Glavna prednost ovih elemenata jeste to što u slučaju statičke analize jedan kabl može da se predstavi samo jednim elementom ovoga tipa i da se dobiju veoma tačni rezultati. U slučaju dinamičke analize, svaki kabl treba da se modeluje s više ovih elemenata. Konačni element, prikazan u ovome radu, izveden je na osnovu drugog prilaza – na osnovu analitičkih izraza za elastičnu hiperboličku lančanicu. Tangentna matrica krutosti i vektor internih čvornih sila elementa izvedeni su iz tačnih analitičkih izraza za elastičnu lančanicu. Sopstvena težina kabla razmatra se direktno bez aproksimacija. Efekti prethodnog naprezanja kabla takođe su uključeni u formulaciju elementa. Sa ovim elementom može da se opiše ponašanje kako plitkog, tako i dubokog kabla.

Primenom korigovane Lagrange-ove formulacije i D'Alambert-ovog principa, izvedene su nelinearne diferencijalne jednačine kretanja konstrukcija s kablovima. Prikazano je rešenje problema slobodnih vibracija, kao i inkrementalno-iterativno rešavanje prinudnih prigušenih vibracija konstrukcija s kablovima direktnom numeričkom integracijom korak po korak i primenom Newton-Raphson-ovog i Newmark-ovog postupka. Posebno su prikazane diferencijalne jednačine kretanja u slučaju delovanja zemljotresa na konstrukcije s kablovima, pri čemu je zemljotres posmatran kao prinudno pomeranje oslonaca u formi zadatog akceleroograma proizvoljnog pravca u prostoru. Pri tome, usvojeno je da svi oslonci kablova, odnosno konstrukcija s kablovima, imaju isto seizmičko ubrzanje. U tom smislu, pristup analizi uticaja zemljotresa na kablove, odnosno na konstrukcije s kablovima, isti je kao i prilikom analize uticaja zemljotresa na zgrade [18,19,20,21,22]. Posebno u slučaju kada su kablovi, na primer, glavni deo krovne konstrukcije neke sportske hale. Međutim, kablovi su takođe glavni noseći elementi kod mostova velikih raspona: visećih mostova i mostova s kosim kablovima. Kada su u pitanju takve konstrukcije, obično nije opravdano da se usvoji ista seizmička pobuda kod svih oslonaca. O analizi uticaja zemljotresa na mostove, posebno na one od armiranog i prethodno napretnog betona, detaljnije će se govoriti kasnije [23].

Opisani konačni element, metod rešavanja inkrementalnih diferencijalnih jednačina kretanja, odnosno rešavanja problema prinudnih vibracija, kao i

of the cable, the real modulus of elasticity of the cable is replaced by the equivalent (Ernst's) modulus of elasticity, [16]. In such a way the axial stiffness of straight element becomes equivalent to the axial stiffness of curved (saged) element. The truss element with internal nodes includes the effects of cable geometry through internal nodes. The interpolation functions polynomials of the higher order are being used. In order to avoid the slope discontinuity between two truss elements in the node without the concentric loading, since in that case the system is behaving as the mechanism and could produce numerical problems related to convergence, the beam elements are used, since they also have rotational degrees of freedom and enable the slope continuity between elements. Finite elements based upon polynomials are suitable for modelling cables with small sag, the so-called shallow catenaries. The cable should be divided into the larger number of elements for cables with large sag, i.e. for deep catenaries.

In the second approach, analytical catenary expressions are being used in order to describe the realistic cable behavior [5,7,8,9,10,11,14,15]. The main advantage of such elements is that in the static cable analysis a single finite element could be used for the cable and also to obtain the results of high accuracy. In dynamic cable analysis, each cable should be modelled with more such finite elements. The cable finite element described in this paper is based upon the second approach, using analytical expressions related to elastic hyperbolic catenary. The tangent stiffness matrix and the vector of internal forces of the element are derived from the exact analytical expressions for elastic catenary. The self-weight of the cable is directly considered, without approximations. The effects of pretension of the cable are also included into formulation of the element. With this finite element it is possible to describe behavior of both the shallow and the deep cable.

Applying the Updated Lagrange Formulation and the D'Alambert's Principle the nonlinear differential equations of motion of the cable supported structures are derived. The solution of the problem of free vibrations is presented, as well as the incremental-iterative solution of the forced vibrations of the cable-supported structures by the direct numerical integration step-by-step and using the Newton-Raphson's and the Newmark's methods. Differential equations of motion in the case of an earthquake action upon the cable-supported structures are particularly presented, where an earthquake is treated as the forced motion of supports in the form of a given accelerogram with an arbitrary direction in space. In that analysis it is assumed that all supports of cables, i.e. cable supported structures, are exposed to the same seismic accelerogram. In that sense, the approach of an earthquake action upon cables, or cable-supported structures, is the same as in the analysis of the earthquake action upon buildings, see, for example, [18,19,20,21,22]. It is particularly the case when the cables are, for example, the main part of a roof structure of some sport stadium. However, the cables are also the main structural elements in the long span bridges: suspension bridges and the cable-stayed bridges. For that kind of structures it is usually not justified to assume the same seismic excitation at all supports. More details about the analysis of the earthquake action upon bridges,

postupak rešavanja slobodnih harmonijskih vibracija, ugrađeni su u razvijeni računarski program ELAN, napisan u jeziku C++ [4]. Program ELAN omogućava linearnu i nelinearnu analizu konstrukcija s kablovima, usled dejstva proizvoljnog statičkog i dinamičkog opterećenja. Validnost formulacije konačnog elementa za kablove i rešavanja problema slobodnih i prinudnih vibracija proverena je putem raznih test-primera u kojima se razmatraju dinamičke osobine kablova određivanjem vrednosti svojstvenih kružnih frekvencija kabla, kao i vremenski odgovor kabla, dat preko vremenske istorije pomeranja. Dobijene vrednosti programom su upoređivane sa analitički dobijenim vrednostima i rezultati se dobro slažu.

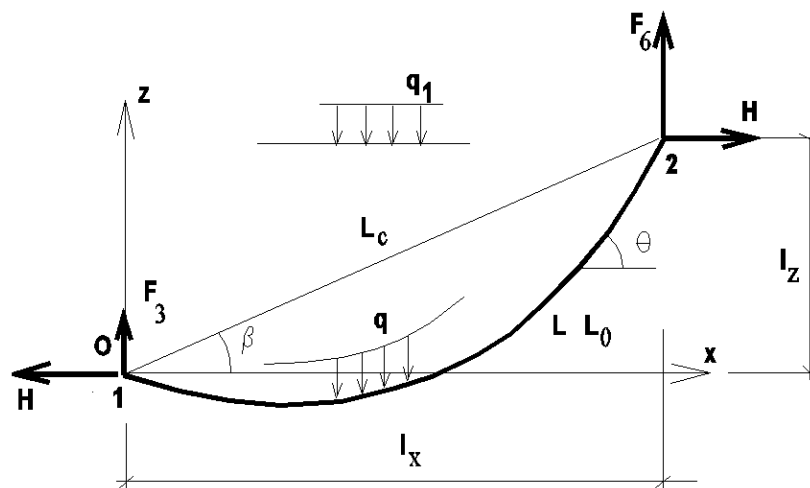
2 STATIČKA ANALIZA LANČANICE – REKAPITULACIJA

Statička analiza kablova, između ostalog, detaljno je prikazana u radu [17], dok je dinamička analiza kablova, o kojoj se ovde govori, samo nastavak rada [17]. Međutim, radi neophodnog kontinuiteta, delimično se prikazuju pojedini delovi koji su dati u navedenom radu [17].

2.1 Hiperboličke relacije

2.1.1 Neelastična lančanica

Usvojena dispozicija lančanice prikazana je na slici 1. Vertikalna ravan u kojoj se nalazi lančanica označena je sa $x-z$, pri čemu je z osa vertikalna, sa smerom nagore. Početak O koordinatnog sistema Oxz usvojen je na levom kraju lančanice, pri čemu je usvojeno da je lančanica na svojim krajevima vezana za nepokretne oslonce 1 i 2. Raspon lančanice je označen sa l_x , dok je vertikalna denivelacija oslonaca označena sa l_z .



Slika 1 Lančanica u koordinatnom sistemu Oxz
Fig. 1 The catenary in the coordinate system Oxz

Posmatrana lančanica opterećena je jednakopodeljenim opterećenjem sopstvenom težinom $q(s_0)$ duž luka s_0 nerastegljive lančanice, koji se meri

particularly reinforced and prestressed bridges, could be seen, for example, in the paper [23].

The described finite element, the method of solution of incremental differential equations of motion, i.e. the solution of the problem of the forced vibrations, as well as the method of solution of the free vibrations, are implemented in developed computer code ELAN, written in the language C++, [4]. The code ELAN is capable of solution of the linear and non-linear analysis of the cable supported structures, due to an arbitrary static or dynamic loading. The validity of the formulation of the finite elements for cables and the solution of the problems of free and forced vibrations is checked through various test examples where the dynamic cable properties were considered by determination of the natural circular frequencies of cables, as well as the time response of the cable, given through the time history of displacements. The results obtained by the code were compared with the values obtained through analytical solutions and the results are in a good mutual agreement.

2 STATIC ANALYSIS OF CATENARY - SUMMARY

The static analysis of cables is, among other sources, presented in detail in [17], while the dynamic analysis of cables, considered here, is just the continuation of the work [17]. However, due to the necessary continuity, some parts given in [17] are partially summarized here.

2.1 Hyperbolic relations for catenary

2.1.1 Non-elastic catenary

The adopted disposition of the catenary is presented in the Fig.1. The vertical plane where the catenary is

positioned is denoted as $x-z$, where the z axis is vertical, with the positive sense upwards. The origin O of the coordinate system Oxz is assumed at the left end of the catenary, where it is also assumed that the catenary's

od levog kraja lančaniće. Pretpostavlja se da je opterećenje konstantno, $q(s_0) = q = const$, kao i da je lančanića idealno fleksibilna ($EI \equiv 0$), nerastegljiva ($AE \rightarrow \infty$), da nema torzionu krutost i da može da prenese samo silu zatezanja T . Sila zatezanja ima pravac tangente u svakoj tački lančaniće. Diferencijalna jednačina ravnoteže izdvojenog elementa luka lančaniće glasi:

$$Hz'' = q\sqrt{(1+z'^2)} \quad (1)$$

Tu je H horizontalna komponenta sile u lančanići, koja je konstantna duž lančaniće, jer je opterećenje konstantnog (vertikalnog) pravca, dok je sa $(..)'$ označeno diferenciranje po x . Ako se uvedu oznake

$$l = \frac{ql_x}{2H} \quad \Phi = \arcsin h \left(\frac{l l_z}{l_x \sinh l} \right) - l = \Theta - l \quad (2)$$

konačno rešenje jednačine (1), vodeći računa o graničnim uslovima $z(0) = 0$ i $z(l_x) = l_z$, prikazano je na sledeći način.

$$z' = \sinh \left(\frac{qx}{H} + \Phi \right) = \sinh \left(2l \frac{x}{l_x} + \Phi \right) \quad (3)$$

$$z = \frac{H}{q} \left[\cosh \left(\frac{qx}{H} + \Phi \right) - \cosh \Phi \right] = \frac{H}{q} \left[\cosh \left(2l \frac{x}{l_x} + \Phi \right) - \cosh \Phi \right] \quad (4)$$

Rešenje $z=z(x)$ izražava se preko hiperboličkih funkcija (hiperbolički kosinus), pa se zato ovakav pristup naziva hiperbolička teorija lančaniće. Ukupna dužina luka nerastegljive hiperboličke lančaniće L_0 jednaka je

$$L_0 = \int_{s_0} ds_0 = \int_0^{l_x} \frac{ds_0}{dx} dx = \int_0^{l_x} \cosh \left(\frac{qx}{H} + \Phi \right) dx = \frac{2H}{q} \sinh l \cosh(l + \Phi) \quad (5)$$

Sile duž luka lančaniće, za hiperboličko rešenje, mogu se izraziti na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} H(x) \\ V(x) \\ T(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \\ Hz'(x) \\ \sqrt{H^2 + V^2(x)} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} 1 \\ z'(x) \\ \sqrt{1 + z'^2(x)} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} 1 \\ \sinh \left(2l \frac{x}{l_x} + \Phi \right) \\ \cosh \left(2l \frac{x}{l_x} + \Phi \right) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Tu je V vertikalna komponenta sile zatezanja u lančanići. Vertikalne komponente reakcija u osloncima F_3 i F_6 , izražene preko ukupne dužine luka lančaniće L_0 , date sa (5), glase:

both ends are fixed at pinned supports 1 and 2. The span of the catenary is denoted as l_x , while the vertical denivelation of supports is denoted as l_z .

Considered catenary is loaded by the uniformly distributed self-weight loading $q(s_0)$ along the arc s_0 of the unstretchable catenary, which is measured from the left end of the catenary. It is assumed that the loading is constant, $q(s_0) = q = const$, as well as that the catenary is ideally flexible ($EI \equiv 0$), unstretchable ($AE \rightarrow \infty$), that it does not poses the torsional stiffness and that it can carry only the tension force T . The tension force has direction of the tangent at any point of the catenary arc. Differential equation of equilibrium of isolated element of the arc of the catenary reads

where H is the horizontal component of the catenary tension force, which is constant along the catenary, since the loading is with constant (vertical) direction, while $(..)'$ denotes differentiation with respect to x . Introducing the notation

the final solution of Eq. (1), taking care about the boundary conditions $z(0) = 0$ and $z(l_x) = l_z$, is given by

The solution $z=z(x)$ is expressed through hyperbolic functions (hyperbolic cosine), so this approach is called the hyperbolic catenary theory. The total arc length of the unstretchable hyperbolic catenary L_0 is equal to

The forces along the arc of the catenary, for hyperbolic solution, may be expressed as follows

where V is the vertical component of the cable tension force. The vertical components of reactions in supports F_3 and F_6 , expressed by the total catenary arc length L_0 , given by (5), are

$$V(0) = F_3 = -H \sinh \Phi = -\frac{q}{2}(l_z \coth I - L_0) \quad (7)$$

$$V(l_z) = F_6 = H \sinh(2I + \Phi) = -\frac{q}{2}(l_z \coth I + L_0) \quad (8)$$

Sile zatezanja T_1 i T_2 na krajevima lančanice, izražene preko dužine luka lančanice L_0 , glase:

$$T(0) = T_1 = H \cosh(\Phi) = \frac{q}{2}(L_0 \coth I - l_z) \quad (9)$$

$$T(l_x) = T_2 = H \cosh(2I + \Phi) = \frac{q}{2}(L_0 \coth I + l_z)$$

Odgovarajućim transformacijama, koje su prikazane u radu [17], dobija se da je kvadrat dužine luka nerastegljive lančanice izražen preko raspona i vertikalne denivelacije oslonaca u obliku relacije

$$L_0^2 = l_z^2 + l_x^2 \frac{\sinh^2 I}{I^2} \quad (10)$$

Kao što se vidi, oblik luka statički opterećene lančanice u ravnotežnoj konfiguraciji zavisi od horizontalne komponente sile u lančanici H , koja je, u principu, nepoznata veličina, tako da je analiza lančanice složen statički neodređen problem. Jedan od načina za određivanja nepoznate horizontalne komponente sile u lančanici jeste da se, iz unapred poznate početne dužine luka lančanice, date s jednačinom (10), iterativno odredi sila H , imajući u vidu izraz (2.1) za parametar λ u kome figuriše i sila H .

2.1.2 Elastična lančanica

Stvarna lančanica ima konačnu aksijalnu krutost. Usvaja se činjenica da se materijal od kojeg je napravljena lančanica ponaša linearno elastično, da zadovoljava Hooke-ov zakon, što je sasvim prihvatljivo za većinu realnih kablova u praksi. Posmatraju se jednačine ravnoteže dela lančanice (od početka lančanice, do neke proizvoljne dužine luka s_0), napisane za horizontalni i vertikalni pravac. Ako se još pretpostavi da se ukupna težina dela lančanice ne menja usled izduženja lančanice (konzervacije mase), geometrijsko ograničenje $(dx/ds)^2 + (dz/ds)^2 = 1$ mora da bude zadovoljeno, kao i da je pri tome dilatacija elementa luka lančanice (približno) jednaka $e = ds/ds_0 - 1$, kako je prikazano u radu [17], dobijaju se izrazi za raspon i vertikalnu denivelaciju oslonaca lančanice u sledećem obliku.

$$x(L_0) = l_x = H \left(\frac{L_0}{EA} + \frac{1}{q} \ln \frac{F_6 + T_2}{T_1 - F_3} \right)$$

U relacijama (11) raspon i vertikalna denivelacija oslonaca lančanice izraženi su preko sila na krajevima, kao i drugih podataka o lančanici (modul elastičnosti E ,

The tension forces T_1 and T_2 at the catenary ends, expressed through the arc length L_0 , are given as

By the corresponding transformations, presented in [17], one obtains that the square of the arc length of the unstretchable catenary, expressed through the span and the vertical denivelation of supports, in the form of relation

The shape of the arc of statically loaded catenary in its equilibrium position depends on the horizontal component of the catenary force H , which is, in principle, the unknown quantity, so the catenary analysis is statically undetermined problem. One of the ways to determine the unknown horizontal component of the catenary force is to iteratively determine the force H from the known initial total catenary length, given by (10), having in mind the expression (2.1) for the parameter λ where the force H is also present.

2.1.2 Elastic catenary

The real catenary has the finite axial stiffness. It is assumed that the catenary material is behaving as linearly elastic, i.e. according to the Hooke's law, which is quite acceptable for majority of cables in engineering practice. The equations of equilibrium of the catenary segment (from the beginning of the catenary up to some arbitrary arc length s_0) written for the horizontal and the vertical directions, are considered. With the additional assumptions that the total weight of the catenary segment is not changed due to elongation (the conservation of mass), the geometric constraint $(dx/ds)^2 + (dz/ds)^2 = 1$ has to be fulfilled, and the dilatation of the arc element of the catenary is (approximately) equal to $e = ds/ds_0 - 1$, as shown in [17], the following expressions for the span and the vertical denivelation of supports are obtained

$$z(L_0) = l_z = \frac{T_2 - T_1}{q} + \frac{1}{2AEq} (T_2^2 - T_1^2) \quad (11)$$

The catenary span and the vertical denivelation of supports of the catenary, given in (11), are expressed through the forces at the catenary ends, as well as

površina poprečnog preseka A , gravitaciono opterećenje q i ukupna početna dužina luka lančaniće L_0). Te relacije, kao i one u poglavlju 2.1.2, značajne su u izvođenju elemenata matrice fleksibilnosti, odnosno matrice krutosti, u numeričkom pristupu na bazi metode konačnih elemenata (poglavlje 2.3).

2.2 Paraboličke relacije

2.2.1 Neelastična lančanića

U okviru prikazane hiperboličke teorije lančaniće, usvaja se to da je gravitaciono opterećenje q ravnomerno raspoređeno po luku lančaniće, $q=const$ (slika 1). U slučaju tzv. plitkih lančanića, gde je odnos strele lančaniće prema rasponu relativno mali, obično $f/l_x < 1/8$, može da se usvoji da je gravitaciono opterećenje konstantno, ali raspoređeno po horizontalnoj projekciji luka lančaniće: $q_1 = const$. U tom slučaju, diferencijalna jednačina ravnoteže izdvojenog elementa luka lančaniće (1) jeste jednostavnija.

$$Hz'' = q_1 \quad (12)$$

Imajući u vidu granične uslove $z(0)=0$ i $z(l_x)=l_z$, dobijaju se rešenja diferencijalne jednačine (12) u sledećem obliku.

$$z' = \frac{q_1}{2H}(2x - l_x) + \frac{l_z}{l_x} \quad (13)$$

$$z = \frac{q_1}{2H}(x^2 - l_x x) + \frac{l_z}{l_x} x \quad (14)$$

Kao što se vidi, rešenje $z=z(x)$ dobijeno je u obliku kvadratne parabole, za razliku od hiperboličkih relacija datih sa (3) i (4). Rešenje (14) predstavlja oblik luka parabolične, odnosno plitke q_1 lančaniće, koji odgovara sopstvenoj težini lančaniće, konstantno raspodeljenoj po horizontalnoj projekciji luka lančaniće. Naravno, kao i u slučaju duboke lančaniće i hiperboličkih relacija, u paraboličkom rešenju figuriše i nepoznata horizontalna komponenta sile u lančanići, koja može da se, kao i u slučaju duboke lančaniće, odredi iterativnim putem iz poznate dužine luka lančaniće. Dužina luka lančaniće data je sa integralom (5), pa se za parabolične relacije (13) i (14) dobija približno rešenje za dužinu luka parabolične (odnosno plitke) lančaniće u obliku:

$$L_0 = \int_{s_0} ds_0 = \int_0^{l_x} \frac{ds_0}{dx} dx = \int_0^{l_x} \sqrt{1 + z'^2} dx \cong l_x \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{q_1 l_x}{2H} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{l_z}{l_x} \right)^2 \right] \quad (15)$$

through other catenary data (the modulus of elasticity E , cross-sectional area A , gravitational loading q and the total initial arc length L_0). This relations, as well as relations in the section 2.1.2, are important in derivation of the flexibility matrix, i.e. the stiffness matrix, in the numerical approach based on the finite element method (section 2.3).

2.2 Parabolic relations

2.2.1 Non-elastic catenary

Within the presented hyperbolic catenary theory it is assumed that the gravitational load q is uniformly distributed over the catenary arc length, $q=const$, Fig. 1. In the case of the so-called shallow catenary, where the sag to span ratio is relatively small, usually $f/l_x < 1/8$, one may assume that the gravitational loading is constant, but when distributed over the horizontal projection of the catenary arc length: $q_1=const$. the differential equation of equilibrium of an isolated element of the arc length (1) is simpler:

Having in mind the boundary conditions $z(0)=0$ and $z(l_x)=l_z$, one obtains the solution of the differential equation (12) in the form:

As may be seen, the solution $z=z(x)$ is obtained in the form of the quadratic parabola, as opposed to the hyperbolic relations given by (3) and (4). The solution (14) represents the arc shape of the parabolic, or the shallow, catenary which corresponds to the self-weight q_1 which is constantly distributed over the horizontal projection of the catenary arc length. Of course, as in the case of the deep catenary and hyperbolic relations, in the parabolic solution there is also the unknown horizontal component of the catenary force which, as in the case of the hyperbolic catenary, may be iteratively determined from the known total catenary arc length. The catenary arc length is given by the integral (5), so, for the parabolic relations (13) and (14) one obtains the approximate solution for the catenary arc length of the parabolic (i.e. shallow) catenary in the form:

2.2.2 Jednačina promene stanja elastične lančanice

Jednačina promene stanja, u okviru paraboličke teorije statički opterećene lančanice, predstavlja prikaz uslova kompatibilnosti elastične lančanice, u slučaju kada se na postojeće opterećenje sopstvenom težinom $q_1=const$ lančanice aplicira i dodatno gravitaciono opterećenje $p(x)$ koje je takođe ravnomerno raspoređeno po horizontalnoj projekciji luka: $p(x)=const$. U tom slučaju, sila zatezanja lančanice se promeni, odnosno poveća, tako da se horizontalna komponenta sile u lančanici H , koja odgovara slučaju opterećenja samo sopstvenom težinom, promeni u $H_1=H+h$, gde je h odgovarajući priraštaj horizontalne komponente usled dodatnog opterećenja $p(x)$. Posle apliciranja dodatnog opterećenja $p(x)$, lančanica dobija i dodatni ugib $w(x)$ koji se meri od prvobitnog ravnotežnog položaja datog sa $z(x)$. U radu [17] prikazana je jednačina promene stanja u diferencijalnom obliku.

$$\frac{h\left(\frac{ds_0}{dx}\right)^3}{EA} = \frac{du}{dx} + \frac{dz}{dx} \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \quad (16)$$

Ako se jednačina (16) integriše po x duž raspona lančanice, dobija se jednačina promene stanja u integralnom obliku.

$$\frac{hL_e}{EA} = u(l_x) - u(0) + \int_0^{l_x} z'w'dx + \frac{1}{2} \int_0^{l_x} (w')^2 dx \quad (17)$$

Ovde je uvedena oznaka za tzv. virtuelnu dužinu lančanice – L_e .

$$L_e = \int_0^{l_x} \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 dx \cong l_x \left\{ 1 + 8 \left(\frac{f}{l_x}\right)^2 + \frac{96}{5} \left(\frac{f}{l_x}\right)^4 + \frac{3}{2} \left[1 + 8 \left(\frac{f}{l_x}\right)^2 + \frac{1}{4} tg^2 b \right] tg^2 b \right\} \quad (18)$$

Virtuelna dužina L_e definisana je kao određeni integral, a u slučaju paraboličnih relacija dobija se prikazana približna vrednost. Parcijalnom integracijom prvog integrala u jednačini (17), ako se imaju u vidu granični uslovi o nepokretnosti osloničkih tačaka lančanice, jednačina promene stanja u integralnom obliku može i ovako da se prikaže.

$$\frac{hL_e}{EA} = \frac{q_1}{H} \int_0^{l_x} w dx + \frac{1}{2} \int_0^{l_x} (w')^2 dx \quad (19)$$

Pri tome, ako se zanemari uticaj malih veličina drugog reda u izrazu za dilataciju [17], u jednačini promene stanja (19) figuriše samo prvi integral, dok se drugi zanemaruje, odnosno u jednačini (16) zanemaruje se poslednji član na desnoj strani. Time se dobija jednačina promene stanja u okviru linerane teorije parabolične lančanice, koja se koristi posebno u dinamičkoj analizi kablova.

2.2.2 The cable equation for the elastic catenary

The cable equation, within the parabolic theory of statically loaded catenary, represents the compatibility conditions of the elastic catenary in the case when upon the existing self-weight loading q_1 an additional gravitational loading $p(x)$ is applied, which is also uniformly distributed over the horizontal projection of the arc length: $p(x)=const$. In that case the cable tension force is changed, i.e. increased, so the horizontal component of the cable force H , corresponding to the self-weight loading, is changed into $H_1=H+h$, where h is the corresponding increase of the horizontal cable force due to the additional loading $p(x)$. After application of the additional loading $p(x)$, the catenary obtains the additional deflection $w(x)$, this is measured from the initial equilibrium configuration given by $z(x)$. The cable equation in the differential form is presented in [17] as:

If the Eq. (16) is integrated in x over the cable span, the integral form of the cable equation is obtained as

where the notation for the so-called virtual cable length L_e is introduced:

Virtual length L_e is defined as the definite integral, and in the case of the parabolic relations one obtains the approximate value. By the partial integration of the first integral in Eq. (17), taking into account the boundary conditions that the cable supports are fixed, the cable equation in the integral form may be presented as:

Also, if one neglects the effects of the small quantities of the second order in expression for dilatation, see [17], in the cable equation (19) only the first integral stays, while the second one is neglected, i.e. in the Eq. (16) the last term on the right-hand side is neglected. In such a way, one obtains the cable equation in the framework of the linear theory of the parabolic catenary, which is particularly used in dynamic cable analysis.

2.2.3 Rešenje jednačine promene stanja opterećene dodatnim gravitacionim opterećenjem

Na lančanicu deluje gravitaciono opterećenje $q_1(x)=q_1=const$ (sopstvena težina), usled kojeg kabl zauzima oblik dat s relacijom (14). Pri tome, podrazumeva se da je horizontalna komponenta sile zatezanja lančanice H takođe poznata, to jest određena. Posmatra se slučaj kada je lančanica opterećena još i s dodatnim statičkim gravitacionim opterećenjem $p(x)=p=const$, koje je takođe ravnomerno raspoređeno po horizontalnoj projekciji luka lančanice, tako da se primenjuje parabolična teorija lančanice. Usled tog dodatnog gravitacionog opterećenja, lančanica zauzima novi ravnotežni položaj koji je definisan s dodatnim pomeranjem u vertikalnom pravcu $w(x)$, koje se meri od položaja prvobitne ravnotežne konfiguracije $z(x)$. Ovom dodatnom opterećenju $p(x)$ odgovara i promena sile zatezanja lančanice, tako da je horizontalna komponenta sile zatezanja u novoj ravnotežnoj konfiguraciji jednaka $H_1=H+h$, gde je sa h obeležena promena horizontalne komponente zatezanja lančanice.

Diferencijalna jednačina ravnoteže izdvojenog elementa luka lančanice, posle apliciranog dodatnog opterećenja, jeste data, analogno s jednačinom (12).

$$(H+h)(z''+w'')=(q_1+p) \quad (20)$$

Posle odgovarajućih transformacija – videti [17] – diferencijalna jednačina (20) dobija sledeći oblik.

$$w''=A_*=\frac{p}{H+h}-\frac{hq_1}{H(H+h)}=const \quad (21)$$

Pri tome, ima se u vidu da je horizontalna komponenta dodatnog zatezanja lančanice h nepoznata veličina, ali konstantna. Rešenje diferencijalne jednačine (21), uz granične uslove $w(0)=w(l_x)=0$, dobija se opet kao parabola.

$$w(x)=\frac{1}{2}A_*(x^2-xl_x) \quad (22)$$

Konstanta A_* data s jednačinom (21), koja ima dimenziju dužina⁻¹, može da se prikaže i u sledećem obliku.

$$A_*=\frac{p}{H+h}-\frac{hq_1}{H(H+h)}=\frac{q_1}{H(1+a)}\left(\frac{p}{q_1}-a\right) \quad (23)$$

Tu je a uvedena oznaka za relativnu (bezdimenzionalnu) promenu horizontalne komponente sile zatezanja lančanice h usled dodatnog opterećenja, normirano u odnosu na silu H .

$$a=\frac{h}{H} \quad (24)$$

U rešenju jednačine (22), konstanta A_* nepoznata je veličina, jer je nepoznata dodatna sila h , odnosno nepoznata je relativna promena horizontalne sile data s koeficijentom a . Međutim, rešenje (22) može da se unese u integrale u jednačini promene stanja (19), koja predstavlja jednačinu kompatibilnosti elastične lančanice

2.2.3 Solution of the cable equation for the additional gravitational loading

The gravitational loading (self-weight) $q_1(x)=q_1=const$ acts upon cable due to which the cable takes up the form given by expression (14). It is also understood that the horizontal component of the cable tension H is known, i.e. already determined. The case is considered when the catenary is loaded by the additional static gravitational loading $p(x)=p=const$, which is also uniformly distributed over the horizontal projection of the arc length, so the parabolic cable theory may be applied. Due to the additional gravitational loading the catenary assumes the new equilibrium position which is defined by the additional displacement in the vertical direction $w(x)$, measured from the initial equilibrium configuration $z(x)$. A change in the cable tension force also corresponds to that additional loading $p(x)$, so the horizontal component of the tension force in the new equilibrium configuration is equal to $H_1=H+h$, where h denotes the change (increase) of the horizontal component of the cable tension force.

After application of the additional loading, the differential equation of equilibrium of isolated arc length element of the catenary is given analogous with Eq. (12) as:

After the corresponding transformation, see [17], the differential equation (20) becomes:

having in mind that the horizontal component of the additional cable tension h is the unknown, but constant quantity. The solution of differential equation (21), considering the boundary conditions $w(0)=w(l_x)=0$, is obtained again as the parabola :

The constant A_* given by (21), which has a dimension of length⁻¹, may be also presented as

where a denotes the relative (non-dimensional) change of the horizontal component of the cable tension force h due to additional loading, normalized with respect to the force H .

In the solution (22) the constant A_* is the unknown quantity, because the additional force h is unknown, i.e. the unknown quantity is the relative change of the horizontal force given by the coefficient a . However, the solution (22) might be introduced in the integrals in the cable equation (19), which represents the compatibility

i u kojoj figuriše nepoznata dodatna sila h . Transformisanjem jednačine promene stanja dobija se kubna jednačina po bezdimenzionalnoj promeni horizontalne sile u lančanici (u normalizovanom obliku α)

$$a^3 + \left(2 + \frac{I_*}{24}\right)a^2 + \left(1 + \frac{I_*}{12}\right)a = \frac{I_*}{24} \left[2\left(\frac{p}{q_1}\right) + \left(\frac{p}{q_1}\right)^2 \right] \quad (25)$$

U jednačinu (25) uneta je i oznaka za bezdimenzionalan parametar lančanice λ_* .

$$I_* = \frac{q_1^2 l_x^3 EA}{H^3 L_e} \quad (26)$$

Prema tome, dodatna horizontalna komponenta sile zatezanja u lančanici, u bezdimenzionalnom obliku α , određuje se rešavanjem kubne jednačine promene stanja (25), čiji se koeficijenti određuju preko bezdimenzionalnog parametra lančanice λ_* , datim u (26), kao i u zavisnosti od relativnog dodatnog opterećenja p/q_1 . Bezdimenzionalan parametar lančanice λ_* karakteriše mehaničko ponašanje lančanice. Ako je parametar λ_* relativno veliki broj, onda to predstavlja slučaj nerastegljive lančanice, dok kada je λ_* relativno mali broj to znači da se lančanica ponaša kao zategnuta žica.

Rešavanjem kubne jednačine (25) dobija se promena horizontalne komponente zatezanja lančanice, odnosno konačna horizontalna sila zatezanja lančanice usled dodatnog opterećenja.

$$H_1 = H + h = (1 + \alpha)H \quad (27)$$

Zatim, prema izrazima (23) i (22), dodatan ugib lančanice usled dodatnog gravitacionog opterećenja p .

2.3 Konačni elementi za elastičnu hiperboličku lančanicu

Konačni elementi, zasnovani na analitičkim relacijama za elastičnu hiperboličku lančanicu, mogu da se upotrebljavaju za analizu kablova s bilo kojim odnosom strela-raspon. Takvim elementima, veoma tačno mogu da se analiziraju i labavi i zategnuti kablovi. U literaturi se mogu naći ovakva rešenja za lančanicu u ravni [7, 8] i za prostornu lančanicu [10,11].

Čvorne sile i čvorna pomeranja prostorne lančanice dati su na slici 2. Lančanica je opterećena jednakopodeljenim opterećenjem u smeru z ose. U radu [17] je prikazano izvođenje prvo elemenata matrice fleksibilnosti za lančanicu u ravni xOz , a zatim i u prostoru. Dobijeni su sledeći izrazi za elemente matrice fleksibilnosti za lančanicu u ravni.

equation of elastic catenary and where the additional force h exists also. After integration and transformation, the cable equation reduces to the cubic equation in the non-dimensional change of the horizontal cable force (in the normalized form α):

Also, the notation for the non-dimensional catenary parameter λ_* given by

is introduced in the equation (25). Therefore, the additional horizontal component of the cable tension force, in the non-dimensional form α , is determined by the solution of the cubic cable equation (25), whose coefficients are obtained through the non-dimensional catenary parameter λ_* , given by (26), as well as depending upon the relative additional loading p/q_1 . The non-dimensional catenary parameter λ_* characterizes the mechanical catenary behavior. If the parameter λ_* is relatively large number, then it represents the case of unstretchable catenary, while when λ_* is relatively small number, it means that the catenary behaves as the taut wire.

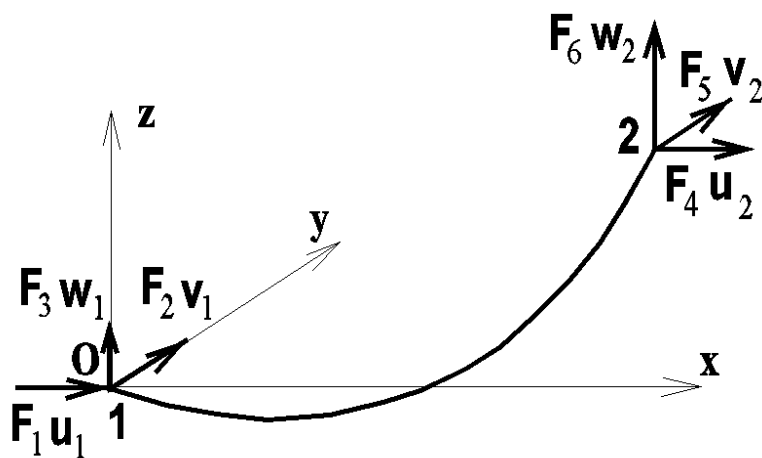
By solving the cubic equation (25) one obtains the change of the horizontal component of the cable tension, so the final horizontal tension force due to the additional loading is given as:

and then, according to expressions (23) and (22), the additional catenary deflection due to additional gravitational loading p is obtained too.

2.3 The finite elements for elastic hyperbolic catenary

The finite elements, based upon the analytical expressions for elastic hyperbolic catenary, might be used for the cable analysis with any sag-span ratio. Using these elements, with very high accuracy, one could analyze both the loose and taut cables. One could find in the literature such solutions for the catenary in the plane [7,8] and for the space catenary [10,11].

The nodal forces and nodal displacements of the space catenary are given in the Fig. 2. The catenary is loaded by the uniformly distributed loading in the sense of $-z$ axis. Derivation of the elements of the flexibility matrix, first for the catenary in the plane xOz , and then in the space, is presented in [17]. The following expressions for elements of the flexibility matrix for the catenary in plane are obtained:



Slika 2 Čvorne sile i čvorna pomeranja lančanice
Figure 2 Nodal forces and nodal displacements of the catenary element

$$f_{11} = \left[\frac{1}{q} \left(\frac{F_6}{T_2} + \frac{F_3}{T_1} - \ln \frac{F_6 + T_2}{T_1 - F_3} \right) - \frac{L_0}{AE} \right] \quad f_{13} = f_{31} = \left[\frac{F_1}{q} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \right] \quad f_{33} = - \left[\frac{L_0}{AE} + \frac{1}{q} \left(\frac{F_6}{T_2} + \frac{F_3}{T_1} \right) \right] \quad (28)$$

Trodimenzionalna matrica fleksibilnosti lančanice može da se izvede direktno iz matrice fleksibilnosti dvodimenzionalne lančanice kada joj se doda koeficijent fleksibilnosti f_{22} za pomeranja van ravni lančanice – [7] odnosno[17],

Three-dimensional flexibility matrix of the catenary might be derived directly from the flexibility matrix of two-dimensional catenary, when adding the coefficient f_{22} related to out-of-plane displacements, see [7], or [17],

$$f_{22} = - \frac{l_x}{F_1} = \left(\frac{L_0}{AE} + \frac{1}{q} \ln \frac{F_6 + T_2}{T_1 - F_3} \right) \quad (29)$$

Elementi matrice fleksibilnosti, između ostalog, izražavaju se preko sila na krajevima F_1 i F_3 , jer se koriste i sledeće veze, [17]: $F_4 = -F_1$, $F_6 = qL_0 - F_3$

Elements of the flexibility matrix, besides other parameters, are expressed through the forces at element ends F_1 and F_3 , since the following relations are used, [17]: $F_4 = -F_1$, $F_6 = qL_0 - F_3$

$$T_1 = \sqrt{F_1^2 + F_3^2} \quad T_2 = \sqrt{F_4^2 + F_6^2}$$

$$T_1 = \sqrt{F_1^2 + F_3^2} \quad T_2 = \sqrt{F_4^2 + F_6^2}$$

Matrica krutosti \mathbf{k} trodimenzionalne lančanice jednaka je inverznoj matrici fleksibilnosti \mathbf{f} trodimenzionalne lančanice i jednaka je

The stiffness matrix \mathbf{k} of the three-dimensional catenary is equal to the inverse flexibility matrix \mathbf{f} of three-dimensional catenary and it is equal to

$$\mathbf{k} = \mathbf{f}^{-1} = \begin{bmatrix} f_{11} & & f_{13} \\ & f_{22} & \\ f_{31} & & f_{33} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} k_{11} & & k_{13} \\ & k_{22} & \\ k_{31} & & k_{33} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} k_{11} &= f_{33} & k_{13} &= k_{31} = -f_{13} \\ k_{22} &= \frac{A}{f_{22}} & k_{33} &= f_{11} & D &= f_{11}f_{33} - f_{13}^2 \end{aligned} \quad (30)$$

Tangentna matrica krutosti \mathbf{K}_T lančanice predstavlja vezu između vektora inkrementalnih internih čvornih sila $\Delta \mathbf{f}_{\text{int}}$ i vektora inkrementalnih čvornih pomeranja $\Delta \mathbf{q}$. Ova veza prikazana je na sledeći način.

The tangent stiffness matrix \mathbf{K}_T of the catenary represents the connection between the vector of incremental internal nodal forces $\Delta \mathbf{f}_{\text{int}}$ and the vector of incremental nodal displacements $\Delta \mathbf{q}$. This connection is given by

$$\mathbf{K}_T \Delta \mathbf{q} = \Delta \mathbf{f}_{\text{int}}$$

$$\Delta \mathbf{f}_{\text{int}}^T = [\Delta F_1 \quad \Delta F_2 \quad \Delta F_3 \quad \Delta F_4 \quad \Delta F_5 \quad \Delta F_6]$$

$$\Delta \mathbf{q}^T = [\Delta u_1 \quad \Delta v_1 \quad \Delta w_1 \quad \Delta u_2 \quad \Delta v_2 \quad \Delta w_2]$$

$$\mathbf{K}_T = \begin{bmatrix} -\mathbf{k} & \mathbf{k} \\ \mathbf{k} & -\mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Da bi se odredila tangentna matrica krutosti \mathbf{K}_T , moraju prvo da se odrede vrednosti čvornih sila F_1 i F_3 . Te sile su usvojene kao redundantne sile i određuju se – za datu poziciju krajnjih čvorova lančanice – upotrebom iterativne procedure. Osim osnovnih podataka o lančanici q , E , A , kao i položaja drugog čvora, odnosno raspona i vertikalne denivelacije l_x i l_z , što je, načelno, uvek zadato, može da bude poznata još ili dužina nerastegljivog kabla L_0 , ili horizontalna sila F_1 . U zavisnosti od toga da li je još poznato L_0 ili F_1 , bira se odgovarajuća iterativna procedura, što je detaljno prikazano u [17].

3 DINAMIČKA ANALIZA LANČANICE – ANALITIČKI PRISTUP

3.1 Slobodne harmonijske vibracije u ravni lančanice

3.1.1 Formulacija problema slobodnih vibracija u ravni

Posmatra se lančanica koja se nalazi u ravnotežnoj konfiguraciji pod uticajem sopstvene težine. Smatra se da je sopstvena težina ravnomerno raspoređena po horizontalnoj projekciji luka lančanice, $q_1 = \text{const}$, tako da se primenjuje parabolička teorija. Oblik luka lančanice dat je s paraboličnom relacijom (14), pri čemu se smatra da je, osim osnovnih podataka o lančanici, poznata i horizontalna komponenta sile u lančanici H . Lančanica miruje u ravnotežnoj konfiguraciji usled sopstvene težine, datoj sa (14), a usled nekog poremećaja, mogu da nastanu slobodne vibracije. Smatra se da su nastale slobodne vibracije male linearne oscilacije oko prethodne ravnotežne konfiguracije, pri čemu se takođe usvaja da su tokom slobodnih vibracija dominantna pomeranja samo u pravcu vertikalne ose. U tom smislu, nastale inercijalne sile takođe mogu da se posmatraju kao raspodeljeno opterećenje stalnog (vertikalnog) pravca, koje je raspodeljeno po horizontalnoj projekciji ose luka, pa se u analizi slobodnih vibracija primenjuje parabolična teorija lančanice.

Oblik luka lančanice, tokom nastalih slobodnih vibracija, dat je kao superpozicija statičkog ugiba $z(x)$ i vremenski zavisnih pomeranja $w(x,t)$ koja se mere od statičkog ugiba

$$z_1(x,t) = z(x) + w(x,t) \quad (32)$$

Raspodeljeno opterećenje sastoji se iz sopstvene težine i inercijalnih sila.

$$q_2(x,t) = q_1(x) + m \ddot{w}(x,t)$$

Tu je m masa lančanice po jedinici horizontalne projekcije ose lančanice. Napominje se da je opterećenje $q_1(x)$ usmereno nadole (u smeru gravitacije, a suprotno od pozitivnog smera ose z), pri čemu je simbol q_1 pozitivan skalar, dok je smer opterećenja unet u samu jednačinu ravnoteže (12). Dodatno vertikalno pomeranje w jeste, kao i ubrzanje, pozitivno sa smerom nagore, u smeru ose z , tako da su inercijalne sile u

In order to determine the tangent stiffness matrix \mathbf{K}_T the values of the nodal forces F_1 and F_3 must be determined first. These forces are adopted as the redundant forces and are determined, for the given position of the catenary end nodes, by the iterative procedure. Besides the basic catenary data: q , E , A , as well as the position of the other node, i.e. the span and the vertical denivelation l_x and l_z , which is, generally, always given, the known quantity could be either the length of unstretched catenary L_0 , or the horizontal force F_1 . Depending on what is additionally known, L_0 or F_1 , the corresponding iterative procedure is chosen, as presented in detail in [17].

3 DYNAMIC ANALYSIS OF THE CATENARY – ANALYTICAL APPROACH

3.1 Free harmonic vibrations in the catenary plane

3.1.1 Formulation of the free vibration problem in the catenary plane

The catenary in its equilibrium position due to its self-weight is considered. It is assumed that the self-weight is uniformly distributed along the horizontal projection of the arc length, $q_1 = \text{const}$, so the parabolic theory is applied. The shape of the arc of the catenary is given by the parabolic expression (14), where it is also assumed that, besides the basic catenary data, also the horizontal component of the catenary force H is known. The catenary rests in its equilibrium position due to the self-weight, given by (14), and due to some disturbance, the free vibrations might occur. It is assumed that the resulting free vibrations are small linear oscillations about the previous equilibrium position, where it is also assumed that during the free vibrations displacements are dominant in the vertical direction. Under such assumptions the resulting inertial forces might be considered as distributed loading of constant (vertical) direction, which is distributed along the horizontal projection of the arc length, so in the analysis of free vibrations the parabolic catenary theory might be applied.

The shape of the arc of the catenary during the free vibrations is given as the superposition of the static deflection $z(x)$ and time dependent displacements $w(x,t)$ are measured from the static deflection:

Distributed loading consists of the self-weight and the inertial forces:

$$m = \frac{q_1}{g} \quad (g = 9.81 \text{ms}^{-2}) \quad (33)$$

where m is the mass of the catenary distributed over the horizontal projection of the catenary. It is noticed that the loading $q_1(x)$ has the sense downwards (in the sense of gravity, and opposite of the sense of axis z), where the symbol q_1 is the positive scalar, while the actual sense of the loading is inserted into equation (12) directly. Additional vertical displacement w is, as well as the acceleration, positive with the upward sense, in the

izrazu (33) u suprotnom smeru od ubrzanja, dakle nadole, kao i sopstvena težina. Horizontalna komponenta sile u lančanici H , koja odgovara sopstvenoj težini, tokom slobodnih vibracija menja se usled uticaja inercijalnih sila, odnosno dobija vremenski promenljiv priraštaj (koji je u datom trenutku t konstantan duž luka lančanice).

$$H_1(t) = H + h(t) \quad (34)$$

Koristeći D'Alambert-ov princip, diferencijalna jednačina ravnoteže (12) postaje:

$$H_1 z_1'' = q_2 \Rightarrow (H + h)(z + w)'' = q_1 + m \ddot{w} \quad (35)$$

Posle množenja i uzimanja u obzir jednačine (12), jednačina (35) postaje:

$$m \ddot{w} - H w'' = \frac{q_1}{H} h \quad \text{jer je} \quad H z'' = q_1 \quad \text{kao i} \quad h w'' \approx 0 \quad (36)$$

Kao što se uočava, proizvod dodatne horizontalne sile h i drugog izvoda dodatnog ugiba w zanemaren je kao relativno mala veličina. U jednačini (36) su nepoznati h i w , tako da se, zajedno s jednačinom (36), posmatra i jednačina promene stanja (19), uz zanemarenje malih veličina drugog reda, odnosno uz zanemarenje drugog integrala na desnoj strani

$$\frac{h L_e}{EA} = \frac{q_1}{H} \int_0^{l_x} w dx \quad (37)$$

Jednačine (36) i (37) zajedno definišu problem slobodnih vibracija u ravni. Uz pretpostavku da su slobodne vibracije vremenski harmonijske, ne samo u pogledu dodatnih pomeranja, već i dodatne sile u lančanici, dakle, uz pretpostavku da je

$$w(x, t) = \bar{w}(x) e^{i\omega t} \quad h(t) = \bar{h} e^{i\omega t} \quad (38)$$

gde je ω kružna frekvencija, a i imaginarna jedinica, jednačine (36) i (37) postaju:

$$H \bar{w}'' + m \omega^2 \bar{w} = -\frac{q_1}{H} \bar{h} \quad \frac{\bar{h} L_e}{EA} = \frac{q_1}{H} \int_0^{l_x} \bar{w} dx \quad (39)$$

3.1.2 Nesimetrične slobodne vibracije u ravni

Nesimetrične slobodne vibracije lančanice u ravni određene su s nesimetričnom funkcijom w koja definiše oblik oscilovanja duž luka lančanice. U slučaju kada je oblik oscilovanja nesimetrična (ili antisimetrična) funkcija, sledi da je

$$\int_0^{l_x} w(x, t) dx = 0 \quad (40)$$

pa se iz druge od jednačina (39), iz jednačine promene stanja, dobija da je $h(t)=0$. Diferencijalna jednačina nesimetričnih slobodnih vibracija lančanice data je u sledećem obliku.

sense of axis z , so the inertial forces in expression (33) are in the opposite sense of acceleration, therefore downwards; it is the same as the self-weight. The horizontal component of the cable force H , which corresponds to the self-weight, during the free vibrations is changing due to the effect of inertial forces, i.e. it obtains a time dependent increment (which is constant along the catenary arc in the given time instance t):

Using the D'Alambert's Principle, differential equation of equilibrium (12) becomes:

After multiplying and taking into account Eq. (13), the equation (35) becomes

As may be seen, the product of the additional horizontal force h and the second derivative of deflection w are neglected, as the relatively small quantity. In Eq. (36) the unknown quantities are h and w , so, together with Eq. (36), one considers the cable equation (19), with neglect of the small quantities of the second order, i.e. neglecting the second integral on the right-hand side:

Equations (36) and (37) together define the problem of free vibration in the catenary plane. With assumption that the free vibrations are harmonic in time, not only with respect to additional displacements, but also the additional cable force, therefore, with assumption that

where ω is the circular frequency, and i the imaginary unit, Eqs. (36) and (37) become:

3.1.2 Non-symmetric free vibrations in the plane

The non-symmetric free vibrations of the catenary in its plane are determined by the non-symmetric function w which defines the shape of vibration along the catenary arc. In the case when the vibration shape is non-symmetric (or anti-symmetric) function, it follows that

so, from the second of Eqs. (39), from the cable equation, one obtains that $h(t)=0$. Differential equation of the non-symmetric free vibrations of the catenary is given in the form:

$$H\bar{w}'' + mW^2\bar{w} = 0 \Rightarrow \bar{w}'' + k^2\bar{w} = 0 \quad \text{gde je} \quad k = w\sqrt{\frac{m}{H}} \quad (41)$$

Opšti integral homogene dif. jednačine (41) može da se prikaže u sledećem obliku.

The general solution of the homogeneous differential equation (41) may be presented as

$$\bar{w}(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx) \quad (42)$$

Tu su C_1 i C_2 integracione konstante koje se određuju iz graničnih uslova.

where C_1 and C_2 are the constants of integration which are determined from the boundary conditions:

$$\bar{w}(0) = 0 \quad \bar{w}\left(\frac{l_x}{2}\right) = 0 \quad (43)$$

Drugi od uslova (43) jeste posledica pretpostavljene nesimetrije funkcije $w(x)$. Naravno, takođe mora da bude zadovoljen i granični uslov na drugom kraju lančanice l_x da je $w(l_x)=0$. Iz uslova (43), dobijaju se sledeće relacije.

The second of conditions (43) is the consequence of assumed non-symmetry of the function $w(x)$. Of course, the boundary conditions at the other end of the catenary l_x that $w(l_x)=0$, must be satisfied too. From conditions (43) one obtains

$$C_2 = 0 \quad C_1 \sin\left(k\frac{l_x}{2}\right) = 0 \quad (44)$$

I iz druge od jednačina (44), dobija se frekventna jednačina i njeno rešenje.

and from the second of Eqs. (44) one obtains the frequency equation and its solution:

$$\sin\left(k\frac{l_x}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{kl_x}{2} = np \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (45)$$

Imajući u vidu izraz (41) za veličinu k , dobijaju se svojstvene frekvencije slobodnih harmonijskih nesimetričnih vibracija u ravni lančanice.

Having in mind the expression (41) for the quantity k , one obtains the natural frequencies of the free harmonic non-symmetric vibrations in the catenary plane:

$$k = w\sqrt{\frac{m}{H}} \Rightarrow w_n = \frac{2pn}{l_x} \sqrt{\frac{H}{m}} \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (46)$$

Svojstveni oblici nesimetričnih slobodnih vibracija u ravni lančanice su dati sa

The natural shapes of the non-symmetric free vibrations in the catenary plane are given as

$$\bar{w}_n(x) = C_n \sin\left(\frac{2pn}{l_x}x\right) \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (47)$$

gde je C_n proizvoljna konstanta (odn. amplituda). Može da se vidi da svojstveni oblik dat sa (47) zadovoljava i granični uslov na drugom kraju lančanice $w_n(l_x)=0$.

where C_n is an arbitrary constant (i.e. amplitude). It may be seen that the natural shapes given by (47) also satisfy the boundary condition at the other end of the catenary $w_n(l_x)=0$.

3.1.3 Simetrične slobodne vibracije u ravni

Simetrične slobodne vibracije u ravni lančanice definisane su sa obe jednačine (39). Opšti integral nehomogene jednačine (39.1) dat je kao zbir opšteg integrala homogene jednačine i partikularnog integrala nehomogene jednačine. Kako je slobodan član u jednačini (39.1) konstantan, dobija se opšti integral u sledećem obliku.

3.1.3 Symmetric free vibrations in the plane

Symmetric free vibrations in the catenary plane are defined by both Eqs. (39). The general integral of the non-homogeneous equation (39.1) is given as the sum of the general solution of the homogeneous equation and a particular solution of the non-homogeneous equation. Since the free term in Eq. (39.1) constant, the general solution is obtained in the form:

$$\bar{w}(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx) + \frac{q_1 \bar{h}}{mW^2 H} \quad \text{gde je} \quad k = w\sqrt{\frac{m}{H}} \quad (48)$$

C_1 i C_2 jesu integracione konstante koje se određuju iz graničnih uslova da je ugib na oba kraja lančanice (za $x=0$ i $x=l_x$) jednak nuli. Posle određivanja integracionih konstanti, dobija se sledeće.

$$\bar{w}(x) = \frac{q_1 \bar{h}}{mW^2 H} \left[1 - \frac{1 - \cos(kl_x)}{\sin(kl_x)} \sin(kx) - \cos(kx) \right] \quad (49)$$

Rešenje (49) unosi se u integral na desnoj strani jednačine promene stanja (39.2), pa se, posle integracije i sređivanja, te nakon skraćivanja sa $h \neq 0$, dobija

$$\frac{L_e}{AE l_x^3} + \frac{q_1^2}{mW^2 H^2 k} \left[\frac{(1 - \cos kl_x)^2}{\sin(kl_x)} + \sin(kl_x) - l_x k \right] = 0 \quad (50)$$

odnosno, u ekvivalentnom obliku,

$$\frac{L_e}{AE l_x^3} + \frac{q_1^2}{H^3 (kl_x)^3} \left[\frac{(1 - \cos kl_x)^2}{\sin(kl_x)} + \sin(kl_x) - kl_x \right] = 0 \quad (51)$$

uz oznaku (26), kao i

$$I_* = \frac{q_1^2 l_x^3 EA}{H^3 L_e} \quad v = kl_x = wl_x \sqrt{\frac{m}{H}} \quad (52)$$

jednačina (51) može da se prikaže u obliku

$$\frac{L_e}{AE l_x^3} \left\{ 1 + \frac{I_*}{v^3} \left[\frac{2(1 - \cos v)}{\sin(v)} - v \right] \right\} = 0 \quad (53)$$

odakle se, posle daljeg transformisanja, dobija frekventna jednačina

$$\tan\left(\frac{v}{2}\right) = \left(\frac{v}{2}\right) - \frac{4}{I_*} \left(\frac{v}{2}\right)^3 \quad (54)$$

Jednačina (54) predstavlja frekventnu jednačinu simetričnih slobodnih vibracija u ravni lančanice. Kao što se vidi, frekventna jednačina zavisi i od bezdimenzionalnog parametra lančanice λ_* , koji zavisi od sopstvene težine, modula elastičnosti, površine poprečnog preseka lančanice, virtuelne dužine, raspona i horizontalne komponente zatezanja lančanice. Ako se posmatra slučaj kada je parameter lančanice λ_* dovoljno (ili veoma) velik, što je slučaj kada se lančanica približava nerastegljivoj lančanici, onda je drugi član na desnoj strani jednačine (54) dovoljno mali, tako da je frekventna jednačina simetričnih slobodnih vibracija u ravni (nerastegljive) lančanice data sa

$$\tan\left(\frac{v}{2}\right) = \left(\frac{v}{2}\right) \quad (55)$$

Rešenja jednačine (54) iterativno se određuju, za datu vrednost parametra lančanice λ_* , dok se rešenja frekventne jednačine (55) mogu da prikažu u sledećem obliku.

where C_1 and C_2 are the integration constants which are determined from the boundary conditions that deflections at both ends of the catenary (for $x=0$ and $x=l_x$) are equal to zero. After determination of the integration constants one obtains

The solution (49) is introduced into the integral on the right-hand side of the cable equation (39.2), so, after integration and some transformations and reduction by $h \neq 0$, one obtains

or, in the equivalent form,

Introducing the notation (26), as well as

equation (51) might be presented in the form

from which the frequency equation is obtained after further transformation:

Eq. (54) represents the frequency equation of symmetric free vibrations in the plane of the catenary. As may be seen, the frequency equation depends also on the non-dimensional catenary parameter λ_* , which is expressed through the self-weight, modulus of elasticity, cross sectional area, virtual length, span and the horizontal component of the cable tension force. If one considers the case when the catenary parameter λ_* is sufficiently (or very) large, which is the case when the catenary approaches the unstretchable catenary, then the second term on the right-hand side of Eq. (54) is sufficiently small, so the frequency equation of symmetric free vibrations in plane of (unstreichable) catenary is given by:

The solutions of Eq. (54) are iteratively determined, for the given value of the catenary parameter λ_* , while the solution of the frequency equation (55) may be presented in the form:

$$v_n = (2n + 1)p \left[1 - \frac{1}{(2n + 1)^2 p^2} \right] \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (56)$$

S druge strane, ukoliko je parameter lančanice λ mali, što znači da se lančanica približava zategnutoj žici, što je čest slučaj kod mostova s kosim kablovima, frekventna jednačina (54) može da se aproksimira sa

$$\tan\left(\frac{v}{2}\right) \rightarrow \infty \Rightarrow v_n = (2n - 1)p \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (57)$$

odnosno, koreni frekventne jednačine (57) su $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ Prema relaciji (52.2), s nađenim rešenjima frekventne jednačine (u bilo kojem od prikazanih oblika), svojstvene kružne frekvencije slobodnih simetričnih vibracija u ravni lančanice su date sa

$$w_n = \frac{v_n}{l_x} \sqrt{\frac{H}{m}} \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (58)$$

Svojstveni oblici simetričnih slobodnih vibracija u ravni lančanice su dati sa

$$\bar{w}_n(x) = \frac{q_1 \bar{h}_n}{m w_n^2 H} \left[1 - \frac{1 - \cos(v_n)}{\sin(v_n)} \sin(k_n x) - \cos(k_n x) \right] \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (59)$$

gde su uneti odgovarajući koreni frekventne jednačine i gde je h_n proizvoljna konstanta (sa dimenzijom sile).

Imajući u vidu vrednosti svojstvenih kružnih frekvencija nesimetričnih vibracija u ravni, datih sa (46), kao i kružne frekvencije simetričnih slobodnih vibracija za slučaj malog parametra lančanice (veoma zategnuti kablovi, kao kod mostova sa kosim kablovima), datih sa (57), sve kružne frekvencije slobodnih harmonijskih vibracija u ravni takvih lančanica mogu da se prikažu u sledećem obliku.

$$w_n = \frac{np}{l_x} \sqrt{\frac{H}{m}} \quad (n = 1, 2, 3, 4, \mathbf{K}) \quad (60)$$

Pri tome, neparne vrednosti brojeva n u izrazu (60) odgovaraju simetričnim, a parne vrednosti n nesimetričnim slobodnim harmonijskim vibracijama lančanice u svojoj ravni.

3.1.4 Ortogonalnost svojstvenih oblika slobodnih vibracija u ravni

Posmatraju se dva različita tona slobodnih nesimetričnih vibracija, datih sa (41)

$$m w_n^2 \bar{w}_n + H \bar{w}_n'' = 0 \quad \text{kao i} \quad m w_m^2 \bar{w}_m + H \bar{w}_m'' = 0 \quad n \neq m \quad (61)$$

Ako se prva od jednačina (61) pomnoži sa $\bar{w}_m(x)$ i integrali duž raspona, posle malo transformisanja (parcijalna integracija i granični uslovi), dobija se sledeće.

On the other hand, if the catenary parameter λ is small, which means that the catenary is approaching the taut wire, what is the frequent case with cable-stayed bridges, the frequency equation (54) might be approximated with

that is, the roots of the frequency equation (57) are $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ According to relation (52.2), with determined roots of the frequency equation (in whatever of presented forms), the natural circular frequencies of the free symmetric vibrations in the plane of the catenary are given by:

The natural modes of the symmetric free vibrations in the plane of the catenary are given by

where the corresponding roots of the frequency equation are inserted and where h_n is an arbitrary constant (with dimension of force).

Having in mind the values of natural circular frequencies of non-symmetric vibrations in the plane, given by (46), as well as the circular frequencies of symmetric free vibrations for the case of small catenary parameter (highly stressed cables, as in the case of cable-stayed bridges), all circular frequencies of free harmonic vibrations in the plane of the catenary may be presented in the form:

The odd values of n in expression (60) correspond to symmetric, and even values of n to non-symmetric free harmonic vibrations of the catenary in its plane.

3.1.4 Orthogonal properties of natural shapes of the free vibrations in the plane

Two different natural modes of free non-symmetric vibrations, given by (41), are considered:

If the first of Eqs. (61) is multiplied by and integrated over the span, after some transformation (the partial integration and the boundary conditions), one obtains

$$m(\omega_n^2 - \omega_m^2) \int_0^{l_x} \bar{w}_n \bar{w}_m dx = 0 \quad (n \neq m) \quad (62)$$

Kako su tonovi međusobno različiti, $\omega_n \neq \omega_m$, dobija se

Since the modes are different, $\omega_n \neq \omega_m$, one obtains

$$\int_0^{l_x} \bar{w}_n \bar{w}_m dx = 0 \quad (n \neq m) \quad (63)$$

odnosno, dobija se da su svojstveni oblici nesimetričnih vibracija međusobno ortogonalni, u skladu s relacijom (63). Svojstveni oblici nesimetričnih vibracija su dati sa (47) i ako se konstante (amplitude vibracija) C_n usvoje u obliku

that is the natural shapes of the non-symmetric vibrations are mutually orthogonal, in the sense of relation (63). The natural shapes of non-symmetric vibrations are given by (47) and if the constants (vibration amplitudes) C_n are assumed in the form:

$$C_n = \sqrt{\frac{2}{l_x}} \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (64)$$

onda može da se utvrdi da su svojstveni oblici međusobno ortonormirani.

then it may be determined that the natural shapes are mutually orthonormalized:

$$\int_0^{l_x} \bar{w}_n \bar{w}_m dx = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ 1 & n = m \end{cases} \quad (65)$$

Svojstveni oblici su tada dati u sledećem obliku.

The natural shapes are given in the form:

$$\bar{w}_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l_x}} \sin(a_n x) \quad a_n = \frac{2np}{l_x} \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (66)$$

Na sličan način, može da se pokaže da važi ortogonalnost svojstvenih oblika simetričnih slobodnih vibracija datih s jednačinama (39). Dolazi se do sledeće relacije.

Similarly, it may be shown that the natural shapes of symmetric free vibrations given by Eqs. (39) also possess the orthogonal property. One obtains the relation:

$$m(\omega_n^2 - \omega_m^2) \int_0^{l_x} \bar{w}_n \bar{w}_m dx = \frac{q_1}{H} \left(\int_0^{l_x} \bar{h}_n \bar{w}_m dx - \int_0^{l_x} \bar{h}_m \bar{w}_n dx \right) \quad (n \neq m) \quad (67)$$

Iz jednačina promene stanja za oba tona, može da se dobije da je izraz na desnoj strani relacije (67) jednak nuli, tako da se dolazi do ortogonalnosti svojstvenih oblika simetričnih slobodnih vibracija u istom obliku, kao i za nesimetrične vibracije, ali i sa dodatnom relacijom.

From the catenary equations for both natural modes one may obtain that the expression on the right-hand side of relation (67) is equal to zero, so one obtains the orthogonal properties of the natural shapes of symmetric free vibrations in the same form as for the non-symmetric vibrations, but with the additional relation:

$$\int_0^{l_x} \bar{w}_n \bar{w}_m dx = 0 \quad \text{kao i} \quad \int_0^{l_x} \bar{h}_n \bar{w}_m dx = \int_0^{l_x} \bar{h}_m \bar{w}_n dx \quad (n \neq m) \quad (68)$$

Pri tome, svojstveni oblici simetričnih vibracija dati su sa (59), ili u transformisanom obliku

The natural shapes of symmetric vibrations are given by (59), or in the transformed form:

$$\bar{w}_n(x) = \bar{A}_n \left[1 - \tan\left(\frac{V_n}{2}\right) \sin(k_n x) - \cos(k_n x) \right] \quad \text{gde je} \quad \bar{A}_n = \frac{q_1 \bar{h}_n}{m \omega_n^2 H} = \frac{q_1 \bar{h}_n}{k_n^2 H} \quad (69)$$

Takođe, moguće je da se konstanta \bar{A}_n odredi tako da svojstveni oblici (69) budu ne samo ortogonalni, već i ortonormirani, kao što je prikazano za svojstvene oblike nesimetričnih slobodnih vibracija. Svojstvo ortogonalnosti, odnosno ortonormiranosti svojstvenih oblika bitna je osobina koja se koristi u analitičkom rešavanju problema prinudnih vibracija, primenom modalne analize, odnosno razvijanjem u redove po svojstvenim funkcijama slobodnih vibracija.

It is also possible to determine the constant \bar{A}_n in such a way that the natural shapes (69) are not only orthogonal, but orthonormalized too, as presented for the natural shapes of non-symmetric free vibrations. The orthogonal property, i.e. orthonormal natural shape is an important property which is being used in the analytical solution of the forced vibration problem, using the modal analysis, i.e. the natural functions of free vibrations are developed into series.

3.2 Slobodne harmonijske vibracije upravno na ravan lančanice

Vibracije lančanice u pravcu upravno na svoju ravan, u pravcu ose y (videti sl. 1), gde se pod izrazom ravan lančanice podrazumeva vertikalna ravan u kojoj se lančanica nalazi u ravnotežnoj konfiguraciji usled sopstvene težine, mogu da budu dvojake. Prvo, mogu da nastanu oscilacije bez promene oblika lančanice, gde se ravan lančanice rotira kao kruto klatno oko tetive lančanice, odnosno oko ose u vertikalnoj ravni kroz osloničke tačke. U tom slučaju, sve tačke ose lančanice na istom rastojanju od ose rotacije imaju ista pomeranja. Takođe, moguće je da lančanica osciluje i kao poprečni elastični talas, gde svaka tačka ose lančanice ima različito pomeranje upravno na ravan u ravnotežnoj konfiguraciji usled sopstvene težine. Posmatra se ovaj drugi slučaj. Pri takvom kretanju materijalne sredine, odnosno materijalne linije lančanice, nema promene zapremine, a time ni promene u dilataciji, odnosno u sili zatezanja lančanice, pa je $h(t)=0$. Ako se sa $v(x,t)$ označe pomeranja lančanice upravno na svoju vertikalnu ravan, onda je diferencijalna jednačina slobodnih vibracija data u sledećem obliku.

$$Hv'' - m\ddot{v} = 0 \quad (70)$$

Uz pretpostavku o harmonijskim vibracijama,

$$v(x,t) = \bar{v}(x)e^{i\omega t} \quad (71)$$

diferencijalna jednačina (70) ima isti oblik kao i (41), tako da je i opšti integral isti.

$$Hv'' + m\omega^2\bar{v} = 0 \Rightarrow \bar{v}'' + k^2\bar{v} = 0 \quad \text{gde je} \quad k = \omega\sqrt{\frac{m}{H}} \quad (72)$$

Integracione konstante određuju se iz graničnih uslova $v(0)=v(l_x)=0$, odakle se dobija frekventna jednačina, a njenim rešavanjem i svojstvene frekvencije.

$$\sin(kl_x) = 0 \Rightarrow kl_x = n\pi \Rightarrow \omega_n = \frac{n\pi}{l_x}\sqrt{\frac{H}{m}} \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (73)$$

Odgovarajući svojstveni oblici se dobijaju u sledećem obliku.

$$\bar{v}_n(x) = C_n \sin\left(\frac{n\pi}{l_x}x\right) \quad (n = 1, 2, 3, \mathbf{K}) \quad (74)$$

Svojstveni oblici (74) međusobno su ortogonalni, a za izbor integracionih konstanti (odnosno modalnih amplituda) u obliku (64), svojstveni oblici su i ortonormirani.

$$\int_0^{l_x} \bar{v}_n \bar{v}_m dx = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ 1 & n = m \end{cases} \quad (75)$$

3.2 Free harmonic vibrations perpendicular to the catenary plane

Vibrations of the catenary in direction perpendicular to its plane, i.e. in direction of axis y , see Fig. 1, where by the catenary plane one considers the vertical plane in which the catenary is in its equilibrium configuration due to the self-weight, might be twofold. First, there might be oscillations without the change of the catenary's shape, where the catenary plane is rotating as the rigid pendulum about the catenary's chord, i.e. about the axis in the vertical plane through support points. In that case all points of the catenary's axis at the same distance from the axis of rotation have the same displacements. It is also possible that the catenary oscillates as the transverse elastic wave, where every point of the catenary axis has different displacement in the perpendicular direction to the vertical plane of the catenary's equilibrium configuration due to the self-weight. This second case is considered. During such motion of the material continuum, i.e. material line of the catenary, there is no volume change, and therefore no change in dilatation, which means no change in the catenary tension force, so $h(t)=0$. If the displacements of the catenary perpendicular to its vertical plane are denoted by $v(x,t)$, then the differential equation of free vibrations is given as:

Assuming the harmonic vibrations:

differential equation (70) has the same form as Eq. (41), so the general solution is the same:

The constants of integrations are determined from the boundary conditions $v(0)=v(l_x)=0$, where one obtains the frequency equation, and by its solution, also the natural frequencies:

The corresponding natural shapes are obtained in the form

The natural shapes (74) are mutually orthogonal, and for selection of the integration constants (i.e. modal amplitudes) in the form (64), the natural shapes are also orthonormalized:

4 DINAMIČKA ANALIZA LANČANICE – NUMERIČKI PRISTUP

4.1 Diferencijalne jednačine prinudnih vibracija

4.1.1 Inkrementalna formulacija prinudnih prigušenih vibracija

Numerički pristup zasnovan je na primeni metode konačnih elemenata, pri čemu se koriste konačni elementi zasnovani na analitičkim izrazima za elastičnu hiperboličku lančanicu, kao što je prikazano u delu 2.3. Imajući u vidu da je mehaničko ponašanje lančanicke geometrijski nelinearan problem, u formulaciji numeričkog postupka koristi se korigovana Lagrange-ova formulacija i inkrementalno-iterativni postupak. To je detaljno prikazano u [4], a donekle, za statičku analizu, i u [17], tako da se ovde ne ponavlja.

Ako se umesto generalisanih pomeranja za osnovne parametre u čvorovima usvoje priraštaji pomeranja, dobija se inkrementalna formulacija osnovnih jednačina ravnoteže. Za razliku od jednačina ravnoteže s parametrima pomeranja kao nepoznatim veličinama, koje su nelinearne, inkrementalne jednačine ravnoteže su linearne i u njima su nepoznati inkrementi pomeranja.

Posmatra se proizvoljno telo u toku deformacije. Sa oznakom 0C obeležena je početna, s mC tekuća, a s ${}^{m+1}C$ naredna konfiguracija tela. U korigovanoj Lagrange-ovoj formulaciji, referentna konfiguracija jeste tekuća konfiguracija mC . Polazeći od inkrementalne formulacije jednačina ravnoteže u MKE, izvedenim korigovanim Lagrange-ovim postupkom, primenom D’Alambert-ovog principa, diferencijalne jednačine kretanja sistema mogu da se prikažu u obliku prikazanom u primeru [4].

$${}^m\mathbf{K}_T\Delta\mathbf{q} = {}^{m+1}\mathbf{r} - \mathbf{M}{}^{m+1}\mathbf{\ddot{q}} - {}^m\mathbf{C}{}^{m+1}\mathbf{\dot{q}} - {}^m\mathbf{f}_{int} \quad (76)$$

Kao što se vidi, u vektor ekvivalentnog čvornog opterećenja unete su i inercijalne sile, preko matrice mase i vektora ubrzanja, kao i sile viskoznog prigušenja, preko matrice prigušenja i vektora brzina. U matricnoj jednačini (76), ${}^m\mathbf{K}_T$ predstavlja tangentnu matricu krutosti sistema u referentnoj tekućoj konfiguraciji mC , $\Delta\mathbf{q}$ vektor inkrementalnog pomeranja sistema iz trenutne u narednu konfiguraciju, ${}^{m+1}\mathbf{r}$ vektor ekvivalentnog čvornog opterećenja sistema u ${}^{m+1}C$, \mathbf{M} označava matricu masa sistema u 0C i ona je dijagonalna (pretpostavlja se da je masa nepromenljiva tokom deformacije, odnosno tokom vremena), ${}^m\mathbf{C}$ matricu prigušenja sistema u mC , ${}^{m+1}\mathbf{\dot{q}}$ vektor generalisanih brzina i ${}^{m+1}\mathbf{\ddot{q}}$ vektor generalisanih ubrzanja čvorova sistema u ${}^{m+1}C$, dok je ${}^m\mathbf{f}_{int}$ vektor internih čvornih sila sistema, koje su ekvivalentne naponima u elementima.

4 DYNAMIC ANALYSIS OF CATENARY – NUMERICAL APPROACH

4.1 Differential equations of the forced vibrations

4.1.1 Incremental formulation of forced damped vibrations

Numerical approach is based upon the finite element method, where the used finite elements used are based on the analytical expressions for elastic hyperbolic catenary, as presented in section 2.3. Having in mind that the mechanical behavior of the catenary is geometrically non-linear problem, the fomulation of numerical procedure is using the Updated Lagrange formulation and the incremental-iterative procedure. It is presented in details in [4], and to a certain extent for the static analysis, in [17], so it is not repeated here.

If the increments of displacements are selected for the basic parameters instead of the generalized displacements, one obtains the incremental formulation of the basic equations of equilibrium. As opposed to equations of equilibrium with displacement parameters as the basic unknowns, which are non-linear, the incremental equations of equilibrium are linear, with unknown increments of displacements.

An arbitrary body during deformation is considered. With 0C one denotes the initial, with mC the current, and with ${}^{m+1}C$ the next configuration of the body. In Updated Lagrange formulation the referent configuration is the current configuration mC . Starting with the incremental formulation of the equilibrium equations in the FEM, derived by Updated Lagrange Formulation, applying the D’Alambert’s Principle, differential equations of motion of the system might be presented in the form, e.g. [4]

The vector of equivalent nodal forces contains also the inertial forces, through the mass matrix and the vector of acceleration, as well as the viscous damping forces, through the damping matrix and the velocity vector. In the matrix equation (76) ${}^m\mathbf{K}_T$ represents the tangent stiffness matrix of the system in the referent current configuration mC , $\Delta\mathbf{q}$ the vector of incremental displacements of the system from the current to the next configuration, ${}^{m+1}\mathbf{r}$ the vector of equivalent nodal loading of the system in ${}^{m+1}C$, \mathbf{M} denotes the mass matrix of the system in 0C and it is diagonal (it is assumed that the mass is constant during deformation, i.e. during time), ${}^m\mathbf{C}$ is the damping matrix of the system in mC , ${}^{m+1}\mathbf{\dot{q}}$ the vector of the generalized velocities and ${}^{m+1}\mathbf{\ddot{q}}$ the vector of the generalized nodal acceleration of the system in ${}^{m+1}C$, while ${}^m\mathbf{f}_{int}$ is the vector of internal nodal forces of the system, which are equivalent to stresses in elements.

Jednačine (76) mogu da se prikažu na uobičajen način u dinamici konstrukcija kao

$$\mathbf{M}^{m+1} \ddot{\mathbf{q}} + {}^m \mathbf{C}^{m+1} \dot{\mathbf{q}} + {}^m \mathbf{K}_T \Delta \mathbf{q} = {}^{m+1} \mathbf{r} - {}^m \mathbf{f}_{\text{int}} \quad (77)$$

i predstavljaju diferencijalne jednačine prigušenih prinudnih vibracija sistema za proizvoljno vremenski promenljivo opterećenje

Equations (76) may be presented in the usual way in dynamics of structures as

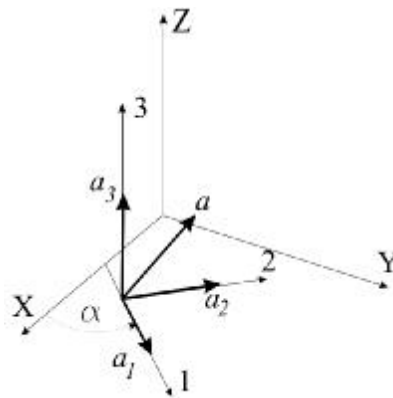
and represent the differential equations of damped forced vibrations of structures for an arbitrary time-dependent loading.

4.1.2 Prikaz uticaja zemljotresa kao dinamičkog opterećenja

Posmatra se slučaj kada je konstrukcija opterećena seizmičkim opterećenjem, pri čemu se uticaj zemljotresa tretira na uobičajen način kao prinudno kretanje oslonaca. Seizmička pobuda data je u obliku vektora prinudnog ubrzanja (akcelerograma) $\mathbf{a}(t)$ koji sadrži niz diskretnih vrednosti snimljenog akcelerograma s jednom komponentom, odnosno s dve ili tri komponente u pravcima osa 1, 2 i 3 (slika 3). Ose 1 i 2 u horizontalnoj su ravni i to predstavlja dominantnu seizmičku pobudu, dok je osa 3 u vertikalnom pravcu. Kao što se vidi na slici 3, pravac ose 1 određen je sa uglom α u odnosu na osu x. Iako principijelno nije neophodno, smatra se da su svi oslonci konstrukcije s kablovima kao nosećim elementima izloženi istoj seizmičkoj pobudi, odnosno istom akcelerogramu. To je opravdano ukoliko su dominantne talasne dužine seizmičkih talasa veće (ili sličnog reda veličine) kao i dimenzije posmatrane konstrukcije.

4.1.2 Earthquake action as dynamic loading

The case of an earthquake loading upon structure is considered, where the earthquake action is treated in the usual way as the forced motion of supports. Seismic excitation is given in the form of the vector of forced acceleration (i.e. accelerogram) $\mathbf{a}(t)$ which contains a set of discrete values of recorded accelerograms, with one, two or three components in direction of axes 1, 2 and 3 (Fig. 3). Axes 1 and 2 are in the horizontal plane and they represent the dominant seismic excitation, while the axis 3 is in the vertical direction. As may be seen in Fig. 3, direction of axis 1 is defined by the angle α with respect to x axis. Although, it is not necessary, it is assumed that all supports of the structure with cables as the main structural elements are exposed to the same seismic excitation, i.e. to the same accelerogram. It is justified when the dominant wave length of seismic waves is greater (or of the similar order of magnitude) as well as the dimensions of considered structure.



Slika 3 Razlaganje vektora seizmičkog ubrzanja oslonaca $\mathbf{a}(t)$
Figure 3 Decomposition of the vector of seismic acceleration of supports $\mathbf{a}(t)$

U slučaju uticaja zemljotresa koji se posmatra kao zadati akcelerogram, to jest kao prinudno kretanje oslonaca, vektor ekvivalentnog čvornog opterećenja ${}^{m+1} \mathbf{r}$ jeste nula, pa inkrementalne diferencijalne jednačine kretanja sistema glase:

$${}^m \mathbf{K}_T \Delta \mathbf{q} = -\mathbf{M} \mathbf{B} {}^{m+1} \mathbf{a} - \mathbf{M} {}^{m+1} \ddot{\mathbf{r}} - {}^m \mathbf{C}^{m+1} \dot{\mathbf{q}} - {}^m \mathbf{f}_{\text{int}} \quad (78)$$

U jednačini (78) sa \mathbf{q} označen je vektor relativnih pomeranja čvorova sistema, kao i

In the case of earthquake which is treated as the given accelerogram, i.e. as the forced motion of supports, the vector of equivalent nodal loading ${}^{m+1} \mathbf{r}$ is equal to zero, so the incremental differential equations of motion of the system are

In Eq. (78) \mathbf{q} represents the vector of relative nodal displacements of the system, as well as

$$\mathbf{B}^T = [\mathbf{B}_1^T \quad \mathbf{K} \quad \mathbf{B}_j^T \quad \mathbf{K} \quad \mathbf{B}_N^T]$$

$$\mathbf{a}^T(t) = [\mathbf{a}_1^T \quad \mathbf{K} \quad \mathbf{a}_j^T \quad \mathbf{K} \quad \mathbf{a}_N^T]$$

$$\mathbf{a}_j^T(t) = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\mathbf{B}_j = \begin{bmatrix} \cos a & -\sin a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin a & \cos a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (79)$$

Matrica \mathbf{B} jeste matrica transformacije, dok je N broj čvorova sistema. Kao što se može uočiti, posmatra se samo translatorno seizmičko pomeranje oslonaca, dok se moguća seizmička rotaciona kretanja oslonaca ne posmatraju.

Matrica prigušenja ${}^m\mathbf{C}$ usvojena je kao linearna kombinacija matrice masa i tangentne matrice krutosti sistema.

$${}^m\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta {}^m\mathbf{K}_T \quad a = \frac{2x w_1 w_n}{w_1 + w_n} \quad b = \frac{2x}{w_1 + w_n} \quad (80)$$

U jednačini (80) koeficijenti α i β obično se računaju tako što se za dve svojstvene frekvencije w_1 i w_n , za dva različita svojstvena oblika, usvaja da imaju isto relativno prigušenje $X = X_1 = X_n$.

The matrix \mathbf{B} is the transformation matrix, and N is the number of nodes of the system. As may be seen, only the translational seismic motion of supports is considered, while the possible seismic rotational motion of supports are not regarded.

The damping matrix ${}^m\mathbf{C}$ is assumed as the linear combination of the mass matrix and the tangent stiffness matrix of the system

In Eq. (80) the coefficients α and β are usually determined in the way that the same relative damping $X = X_1 = X_n$ is assumed for the two natural frequencies w_1 and w_n , i.e. for two different natural modes.

4.1.3 Rešavanje diferencijalnih jednačina kretanja

Za rešavanje inkrementalnih diferencijalnih jednačina kretanja u slučaju proizvoljnog dinamičkog opterećenja, datih sa (77), ili u slučaju uticaja zemljotresa sa (78), koristi se modifikovani Newton Raphson-ov iterativni postupak. U tom slučaju, jednačine (77) ili (78) svode se na jednačine

$${}^m\mathbf{K}_T \Delta \mathbf{q}^{(i)} = {}^{m+1}\mathbf{r} - \mathbf{M} {}^{m+1}\ddot{\mathbf{q}}^{(i)} - {}^m\mathbf{C} {}^{m+1}\dot{\mathbf{q}}^{(i)} - {}^{m+1}\mathbf{f}_{int}^{(i-1)} \quad (81)$$

$${}^m\mathbf{K}_T \Delta \mathbf{q}^{(i)} = -\mathbf{M}\mathbf{B} {}^{m+1}\mathbf{a} - \mathbf{M} {}^{m+1}\ddot{\mathbf{q}}^{(i)} - {}^m\mathbf{C} {}^{m+1}\dot{\mathbf{q}}^{(i)} - {}^{m+1}\mathbf{f}_{int}^{(i-1)}$$

gde indeks i označava iteraciju. Za određivanje aproksimacija za čvorna ubrzanja i brzine, ${}^{m+1}\ddot{\mathbf{q}}^{(i)}$ i ${}^{m+1}\dot{\mathbf{q}}^{(i)}$, koriste se Wilson-ov postupak, ili Newmark-ov postupak, kao što je prikazano u [4].

4.1.3 Solution of the differential equations of motion

The solution of the incremental differential equations of motion in the case of an arbitrary dynamic loading, given by (77), or in the case of an earthquake by (78), the modified Newton-Raphson iterative procedure is used. In that case Eqs. (77) or (78) become

where index i denotes the iteration. To determine the approximation for the nodal accelerations and velocities, ${}^{m+1}\ddot{\mathbf{q}}^{(i)}$ i ${}^{m+1}\dot{\mathbf{q}}^{(i)}$, the Wilson- θ , or Newmark's procedure are used, as given in [4].

4.2 Slobodne harmonijske vibracije

Za nalaženje dinamičkih osobina konstrukcije, pre svega svojstvenih frekvencija i svojstvenih oblika slobodnih harmonijskih vibracija, posmatraju se diferencijalne jednačine slobodnih neprigušenih oscilacija sistema.

4.2 Free harmonic vibrations

In order to determine dynamic properties of the structure, above all the natural frequencies and the natural shapes of the free harmonic vibrations, differential equations of the free undamped vibrations are considered:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}^{(0)} + {}^0\mathbf{K}_T \mathbf{q}^{(0)} = \mathbf{0} \quad (82)$$

Traže se rešenja jednačine (82), gde se sve generalisane koordinate menjaju po vremenu sinhrono i sinfazno. To je takvo rešenje u kome sve generalisane koordinate imaju istu vremensku zavisnost i opšta konfiguracija kretanja se ne menja s vremenom, izuzev po amplitudi. Dolazi se do sistema homogenih algebarskih jednačina.

$$({}^0\mathbf{K}_T - w^2\mathbf{M})\bar{\mathbf{q}}^{(0)} = \mathbf{0} \quad (83)$$

Rešavanje ovih jednačina predstavlja problem određivanja svojstvenih vrednosti i svojstvenih vektora para simetričnih i pozitivno definitnih matrica. Kao što je prikazano u [4], problem svojstvenih vrednosti para realnih, simetričnih i pozitivno definitnih matrica ${}^0\mathbf{K}_T$ i \mathbf{M} prvo se transformiše na standardni problem svojstvenih vrednosti jedne matrice. Householder-ovom metodom dobijena matrica svodi se na tridijagonalnu matricu. Najzad, primenom QL algoritma za dekompoziciju tridijagonalne matrice, dobijaju se svojstvene vrednosti i svojstveni vektori.

5 NUMERIČKI PRIMERI

U kompjuterski program ELAN, prikazan u [4], između ostalih konačnih elemenata, ugrađen je i konačni elemenat za elastičnu hiperboličku lančanicu. Takođe, ugrađeni su inkrementalno iterativni postupak za rešavanje jednačina ravnoteže, postupak za rešavanje generalisanog problema svojstvenih vrednosti, kao i diferencijalnih jednačina kretanja, koji su navedeni ili opisani u radu. Razvijeni program ELAN omogućava linearnu i nelinearnu analizu konstrukcija usled statičkog i dinamičkog opterećenja. U svim primerima u ovom radu kablovi se aproksimiraju s više konačnih elemenata za elastičnu hiperboličku lančanicu. Kao što je prikazano u radu [4], odnosno [17], u statičkoj analizi obično je dovoljno da se ceo kabl aproksimira samo s jednim konačnim elementom, osim u slučajevima koncentrisanih sila duž raspona, jer su usvojeni konačni elementi zasnovani na analitičkim rešenjima za hiperboličku teoriju lančanice. Za razliku od toga, u dinamičkoj analizi neophodno je da se usvoji više elemenata duž ose kabla; prvo, zbog bolje aproksimacije mase, a drugo, zbog prikaza svojstvenih oblika preko dobijenih pomeranja čvornih tačaka konačnih elemenata duž raspona kabla. U primerima se analiziraju plitki (parabolički) kablovi, odnosno kablovi kod kojih je odnos $f/l_x < 0.125$, gde je f strela kabla. Kod plitkog kabla uzima se da je $\mathbf{q} \cong \mathbf{b}$ (slika 1). Da bi se rezultati dobijeni programom verifikovali, upoređivani su s teorijskim (analitički dobijenim) vrednostima i raspoloživim podacima iz literature.

5.1 Dinamičke karakteristike kabla

U primerima u pogledu određivanja dinamičkih osobina kablova, razmatrane su samo kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla. Vrednosti kružnih frekvencija dobijenih programom kontrolišu se upoređivanjem s vrednostima kružnih frekvencije prema linearnoj teoriji slobodnih harmonijskih vibracija plitke

The solutions of Eq. (82) are sought where all generalized coordinates are changing in time synchronously and in phase. It is the solution where all generalized coordinates have the same time dependence and the general configuration of motion is not changed in the time, except in the amplitude. One obtains the following system of the homogeneous algebraic equations:

The solution of these equations represents the solution of the eigenvalue problem of the pair of symmetric and positive definite matrices. As shown in [4], the eigenvalue problem of the pair of real-valued symmetric and positive definite matrices ${}^0\mathbf{K}_T$ and \mathbf{M} is first transformed to the standard eigenvalue problem of a single matrix. Using the Householder's method obtained matrix is transformed into the three-diagonal matrix. Finally, using the QL algorithm for decomposition of three-diagonal matrix, the eigenvalues and the eigenvectors are obtained.

5 NUMERICAL EXAMPLES

The computer code ELAN, presented in [4], contains the finite element for the elastic hyperbolic catenary besides the other finite elements. Also, the incremental iterative procedure for the solution of equations of equilibrium is implemented, as well as the eigenvalue problem solution and the solution of differential equations of motion, which are mentioned or described in this paper. Developed code ELAN enables the linear and non-linear structural analysis due to static and dynamic loading. The cables are approximated with several finite elements for elastic hyperbolic catenary in all examples considered in this paper. As presented in [4], i.e. in [17], in the static analysis it is usually sufficient that the whole cable is considered as a single finite element, except in cases of the concentrated forces along span, because the finite elements are based on the analytical solutions for the hyperbolic catenary theory. By contrast, in dynamic analysis it is necessary to adopt more finite elements along the cable axis, first due to better mass distribution approximation, and second, due to presentation of the natural shapes obtained by displacements of nodes of finite elements along the cable. The analyzed examples consider shallow (parabolic) cables, i.e. the cables with ratio $f/l_x < 0.125$, where f is the sag of the cable. For shallow cable one might take that $\mathbf{q} \cong \mathbf{b}$ (see Fig. 1). In order to verify the results obtained by the code, the comparison was made with the theoretical (analytically obtained) values and available data from the literature.

5.1 Dynamic cable properties

In the examples related to treatment of dynamic properties of cables, only the circular frequencies of free vibrations of cable were considered. The control of the circular frequencies obtained by the code is done by comparison with the values of circular frequencies according to the linear theory of free harmonic vibrations

lančanice, kao što je prikazano u poglavlju 3. Rezime o analitičkim izrazima za kružne frekvencije, prikazanim u poglavlju 3, pregledno je dat u tabeli 1.

of the shallow catenary, as presented in the section 3. The summary about the analytical

Tabela 1. Kružne frekvencije slobodnih harmonijskih vibracija plitke lančanice prema linearnoj teoriji
Table 1. Circular frequencies of free harmonic vibrations of the shallow cable according to the linear theory

Kružne frekvencije slobodnih harmonijskih vibracija (Circular frequencies of free harmonic vibrations)		
Vibracije u ravni (Vibrations in the plane)		Vibracije van ravni (Vibrations out of plane)
Nesimetrične (Non-symmetric)	Simetrične (Symmetric)	
$w_n = \frac{2pn}{l_x} \sqrt{\frac{H}{m}}$ $n = 1, 2, 3, \dots$	$w_n = \frac{\bar{w}_n}{l_x} \sqrt{\frac{H}{m}}, \quad A = (2n+1)p$ $\bar{w}_n = A \left[1 - \frac{1}{A^2} \right], \quad I_* \gg 1, \quad n = 1, 2, 3, \dots$ $\bar{w}_n = (2n-1)p, \quad I_* \ll 1, \quad n = 1, 2, 3, \dots$	$w_n = \frac{pn}{l_x} \sqrt{\frac{H}{m}}$ $n = 1, 2, 3, \dots$

U izrazima u tabeli 1 I_* jeste bezdimenzionlni parametar lančanice, dat sa (26), koji karakteriše mehaničko ponašanje lančanice.

Posmatraju se dva primera. U prvom primeru, oslonci kabla su na istoj visini, odnosno na horizontalnoj osi, pa se takav kabl obično naziva „kabl sa horizontalnim rasponom”, dok su u drugom primeru oslonci denivelisani. U oba primera analiziraju se kablovi za više slučajeva karakteristika poprečnog preseka, osobina materijala i vrednosti sopstvene težine.

Da bi se odredile kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla, u prvom primeru kabl je aproksimiran s deset konačnih elemenata, a u drugom primeru sa šesnaest konačnih elemenata.

U prvom slučaju prvog primera, dužina kabla u neopterećenom stanju iznosi $L_0 = 253.74625m$. Krajnje tačke kabla fiksirane su na horizontalnom rastojanju od $l_x = 254m$. Površina poprečnog preseka kabla jeste $A = 4.1935 \times 10^{-5} m^2$, a Young-ov moduo elastičnosti materijala kabla iznosi $E = 1.38 \times 10^8 kNm^{-2}$. Sopstvena težina kabla iznosi $q = 1 \times 10^{-6} kNm^{-1}$. Pošto je vrednost parametra kabla $I_* = 1.926 \times 10^{-8} \ll 1$, kabl se ponaša kao zategnuta žica. Vrednosti kružnih frekvencija slobodnih vibracija kabla u ravni i van ravni, dobijene računskim putem i programom, imaju iste vrednosti (prikazane u tabeli 2). Vidi se da se rezultati dobijeni programom dobro slažu sa analitički izračunatim vrednostima za prve tri frekvencije, dok je za ostale dve frekvencije razlika nešto veća, te za petu kružnu frekvenciju iznosi približno 10%.

In expressions in the Table 1, I_* is the non-dimensional catenary parameter, given by Eq. (26), which characterizes the mechanical cable behavior.

Two examples are considered. In the first example cable supports are at the same horizontal level, so such cable is usually called „the cable with horizontal span”, while in the second example supports are denivelated. In both examples the cables with several cases of cross-sectional areas, material properties and values of the self-weight were analyzed. In order to determine the circular frequencies of free vibrations of the cable, in the first example the cable was discretized with 10 finite elements, and in the second example with 16 finite elements.

In the first case of the first example, the cable length in the unloaded state is $L_0 = 253.74625m$. The end nodes of the cable are fixed at the horizontal distance of $l_x = 254m$. The cross-sectional area of the cable is $A = 4.1935 \times 10^{-5} m^2$, and the Young's modulus of elasticity is $E = 1.38 \times 10^8 kNm^{-2}$. The self-weight of the cable is $q = 1 \times 10^{-6} kNm^{-1}$. Since the catenary parameter is $I_* = 1.926 \times 10^{-8} \ll 1$, the cable behaves as the taut wire. The values of the circular frequencies of free vibrations of the cable in the plane and out of plane, obtained by the analytical approach and by the code, have the same values and are presented in the Table 2. It may be seen that the values obtained by the code, for the first three modes are in a good agreement with the analytically calculated values, while for the other two frequencies the difference is somewhat larger and for the fifth frequency is about 10%.

Tabela 2. Kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla u ravni i van ravni u prvom slučaju prvog primera
 Table 2. Circular frequencies of free vibrations of the cable in the plane and out of plane in the 1st case of the first example

i	$w_i [\text{rad sec}^{-1}]$	
	Računsko (Calculated)	Program (The code)
1	0.33	0.33
2	0.66	0.65
3	0.99	0.95
4	13.22	12.31
5	16.53	14.81

U drugom slučaju prvog primera, krajnje tačke kabla fiksirane su na horizontalnom rastojanju od $l_x = 304.8m$. Površina poprečnog preseka kabla iznosi $A=54.8 \times 10^{-5}m^2$ i dužina kabla u neopterećenom stanju jeste $L_0 = 301.752m$. Young-ov moduo elastičnosti materijala kabla iznosi $E = 1.30 \times 10^8 kNm^{-2}$, a sopstvena težina kabla $q = 4.6 \times 10^{-2} kNm^{-1}$. Vrednost parametra kabla jeste $I_* = 0.0339$. Kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla u ravni prikazane su u tabeli 3.

In the second case of the first example, the end nodes of the cable are fixed at the horizontal distance of $l_x = 304.8m$. The cross-sectional area of the cable is $A=54.8 \times 10^{-5}m^2$ and the length of the cable in unloaded state is $L_0 = 301.752m$. Young's modulus of elasticity of the cable material is $E = 1.30 \times 10^8 kNm^{-2}$, and the self-weight of the cable is $q = 4.6 \times 10^{-2} kNm^{-1}$. The value of the catenary parameter is $I_* = 0.0339$. The circular frequencies of the free vibrations of the cable in its plane are given in the Table 3.

Tabela 3. Kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla u ravni u drugom slučaju prvog primera
 Table 3. Circular frequencies of free vibrations of the cable in its plane in the 2nd case of the first example

i	$w_i [\text{rad sec}^{-1}]$		
	Računsko za (Calculated for) $I_* \ll 1$	Računsko za (Calculated for) $I_* \gg 1$	Program (The code)
1	4.06	3.65	4.06
2	8.12	8.12	8.03
3	12.17	12.03	11.80
4	16.23	16.23	15.27
5	20.30	20.02	18.37

Kao što može da se vidi, računске vrednosti kružnih frekvencija za simetrične slobodne vibracije sračunate su na dva načina. Kada je u pitanju prvi način, kružne frekvencije za simetrične slobodne vibracije sračunate su pod pretpostavkom da je $I_* \ll 1$. Kada se primenjuje drugi način, kružne frekvencije za simetrične slobodne vibracije sračunate su pod pretpostavkom da je $I_* \gg 1$. Imajući u vidu dobijenu vrednost parametra lančanice od $\lambda = 0.0339$, vrednosti kružnih frekvencija za simetrične slobodne vibracije treba da se nalaze između ova dva granična slučaja. Može se uočiti da se rezultati

As may be seen, calculated values of the circular frequencies of symmetric free vibrations were determined in two ways. In the first, the circular frequencies of symmetric free vibrations were determined under assumption that $I_* \ll 1$. In the second case, the circular frequencies of symmetric free vibrations were determined under assumption that $I_* \gg 1$. Having in mind that the catenary parameter for this cable is equal to $\lambda = 0.0339$, the values of the circular frequencies for symmetric free vibrations should be between this two limiting cases. It may be seen the the results obtained by the code are in a good agreement for the calculated

dobijeni programom dobro slažu s računskim vrednostima za prve tri frekvencije, dok je za ostale dve razlika nešto veća, te za petu kružnu frekvenciju iznosi približno 8%. Kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla van ravni prikazane su u tabeli 4.

values for the first three modes, while for the other two the difference is somewhat larger and for the fifth circular frequency the difference is about 8%. The circular frequencies of the free vibrations out of the cable plane are presented in the Table 4.

Tabela 4. Kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla van ravni u drugom slučaju prvog primera

Table 4. Circular frequencies of free vibrations of the cable out of its plane in the 2nd case of the first example

i	$w_i [\text{rad sec}^{-1}]$	
	Računsko (Calculated)	Program (The code)
1	4.06	4.04
2	8.12	8.03
3	12.17	11.80
4	16.23	15.27
5	20.30	18.37

U drugom primeru posmatraju se tri kabla. Horizontalno rastojanje oslonaca kod sva tri kabla iznosi $l_x = 21m$, a denivelacija oslonaca iznosi $l_z = 36m$. Karakteristike kablova date su u tabeli 5.

In the second example three cables are considered. The horizontal distance between supports for all three cables is equal to $l_x = 21m$, and the vertical denivaletion of supports is $l_z = 36m$. Characteristics of the cables are given in the Table 5.

Tabela 5. Karakterisike kablova u drugom primeru

Table 5. Characteristics of the cables in the second example

Osobina (Property)	Kabl 1 (Cable 1)	Kabl 2 (Cable 2)	Kabl 3 (Cable 3)
$A [m^2]$	9.024×10^{-5}	2×10^{-5}	9.024×10^{-5}
$E [kN / m^2]$	1.65×10^8	1.5×10^8	1.65×10^8
$H [kN]$	15.12	15.12	9.15
$q [kN / m]$	0.00795	0.02548	0.00795

Na osnovu podataka iz tabelle 5, parametri I_* za prvi, drugi i treći kabl su respektivno: 0.474, 9.6 i 2.14. Kružne frekvencije slobodnih vibracija u ravni kablova za kabl 1 prikazane su u tabeli 6, za kabl 2 prikazane su u tabeli 7 i za kabl 3 prikazane su u tabeli 8. Kružne frekvencije vibracija van ravni za sve kablove prikazane su u tabeli 9. Može se uočiti da se rezultati dobijeni programom dobro slažu s računskim vrednostima.

According to the data in Table 5, the catenary parameters I_* for the first, second and third cable is respectively 0.474, 9.6 and 2.14. The circular frequencies of free vibrations in the plane of cables are given for the cable 1 in Table 6, for the cable 2 in Table 7 and for the cable 3 in Table 8. The circular frequencies of vibration out of the plane for all cables are given in the Table 9. It may be seen that the values obtained by the code are in a good agreement with the calculated values.

Tabela 6. Kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla 1 u ravni u drugom primeru
 Table 6. Circular frequencies of free vibrations of cable 1 in the plane, for the second example

i	$w_i [rad\ sec^{-1}]$		
	Računsko za (Calculated for) $I_* \ll 1$	Računsko za (Calculated for) $I_* \gg 1$	Program (The code)
1	14.60	13.11	14.52
2	29.20	29.20	28.89
3	43.80	43.30	43.04
4	58.40	58.40	56.62

Tabela 7. Kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla 2 u ravni u drugom primeru
 Table 7. Circular frequencies of free vibrations of cable 2 in the plane, for the second example

i	$w_i [rad\ sec^{-1}]$		
	Računsko za (Calculated for) $I_* \ll 1$	Računsko za (Calculated for) $I_* \gg 1$	Program (The code)
1	8.23	7.42	8.22
2	16.46	16.46	16.34
3	24.69	24.50	24.35
4	32.92	32.92	32.03

Tabela 8. Kružne frekvencije slobodnih vibracija kabla 3 u ravni u drugom primeru
 Table 8. Circular frequencies of free vibrations of cable 3 in the plane, for the second example

i	$w_i [rad\ sec^{-1}]$		
	Računsko za (Calculated for) $I_* \ll 1$	Računsko za (Calculated for) $I_* \gg 1$	Program (The code)
1	11.38	10.22	11.30
2	22.76	22.76	22.47
3	34.14	33.75	33.48
4	45.52	45.52	44.10

Tabela 9. Kružne frekvencije slobodnih vibracija kablova van ravni u drugom primeru
 Table 9. Circular frequencies of free vibrations out of plane for all cables in the second example

i	$w_i [rad\ sec^{-1}]$					
	Kabl 1 (Cable 1)		Kabl 2 (Cable 2)		Kabl 3 (Cable 3)	
	Računsko (Calculated)	Program (The code)	Računsko (Calculated)	Program (The code)	Računsko (Calculated)	Program (The code)
1	14.60	14.52	8.23	8.22	11.38	11.30
2	29.20	28.89	16.46	16.34	22.76	22.47
3	43.80	43.04	24.69	24.35	34.14	33.48
4	58.40	56.62	32.92	32.03	45.52	44.10

5.2 Dinamički odgovor kabla

Posmatra se kabl s karakteristikama kao u drugom slučaju prvog primera. Kabl se aproksimira sa deset konačnih elemenata. U prvom slučaju, traži se vremenski odgovor kabla tj. vrednosti vertikalnog pomeranja tačke kabla na rastojanju od $x=121.92m$ usled vremenski promenljivog jednako raspodeljenog opterećenja, a u drugom slučaju – vertikalno pomeranje iste tačke usled seizmičkog opterećenja. U oba slučaja, na prethodno ostvaren ravnotežni položaj kabla usled sopstvene težine, počinje da deluje dinamičko opterećenje.

Prilikom analize dinamičkog odgovora kabla usled vremenski promenljivog jednako raspodeljenog opterećenja, na ravnotežni položaj kabla počinje da deluje jednakopodeljeno opterećenje $p(t) = \bar{p}f(t)$, duž celog raspona kabla, gde je $\bar{p} = 0.046kNm^{-1}$ i $f(t)$ funkcija vremenske promene sile. Grafik funkcije $f(t)$ dat je na slici 4, a usvojeno je da je vrednost parametra c jednaka $c=-1$. Prilikom analize dinamičkog odgovora kabla usled seizmičkog opterećenja, na ravnotežni položaj kabla počinje da deluje seizmičko opterećenje $a(t)$, dato preko sintetičkog akcelogramom koji je takođe dat na slici 4, pri čemu je $c=10$. Sa ovakvim izborom opterećenja $p(t)$ i $a(t)$, izrazi (81-1) i (81-2) jesu ekvivalentni, jer je tada ${}^{m+1}\mathbf{r} = -\mathbf{MB}^{m+1}\mathbf{a}$. Kontrola pomeranja kabla, usled dinamičkog opterećenja vremenski promenljivim jednako raspodeljenim opterećenjem $p(t)$ i akcelogramom $a(t)$, može da se izvrši preko jednačine promene stanja, za kabl opterećen dodatnim jednakopodeljenim gravitacionim opterećenjem $p = \bar{p}$, prema nelinearnoj teoriji koja je data u poglavlju 2.2.3.

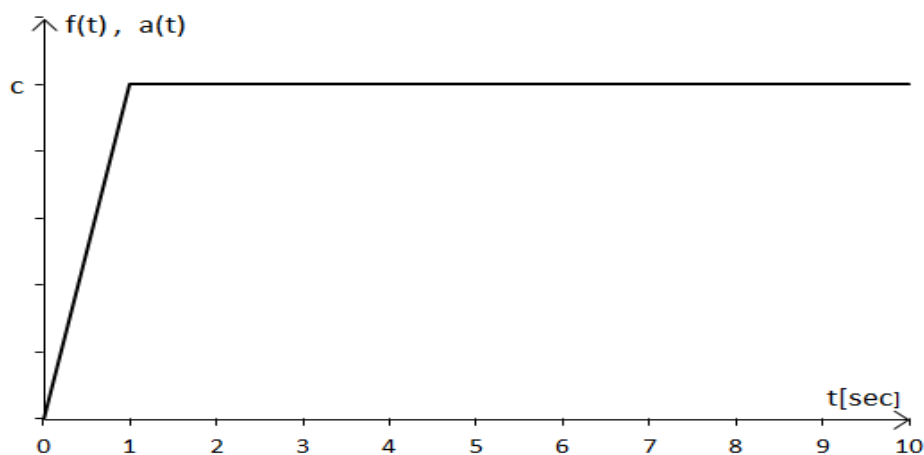
Na slici 5 prikazan je dijagram vremenske promene vertikalnog pomeranja posmatrane tačke kabla usled dinamičkog opterećenja datog preko vremenski promenljivog jednako raspodeljenog opterećenja i akcelogramom, za dva prigušenja konstrukcije $x = 0$ i $x = 0.2$. Za oba slučaja opterećenja, dijagrami pomeranja su isti. Vrednost ugiba kabla u tački $x=121.92m$ usled statičkog opterećenja $p = \bar{p}$, na slici 6 označena je s rečju *Statika* i iznosi $w_{stat}(x=121.92) = -0.699m$. U slučaju kada je kabl opterećen dinamičkim opterećenjem i bez prigušenja, $x = 0$, na delu dijagrama za $t > 1$, srednja vrednost ugiba iznosi $w_{sr}(x=121.92) = -0.698m$, što se veoma dobro slaže sa statičkim ugibom w_{stat} . U slučaju kada je kabl opterećen dinamičkim opterećenjem i s prigušenjem $x = 0.2$, na delu dijagrama za $t > 7$, usled delovanja prigušenja, ugib iznosi $w(x=121.92) = -0.698m$, što se veoma dobro slaže sa ugibom w_{stat} .

5.2 Dynamic cable response

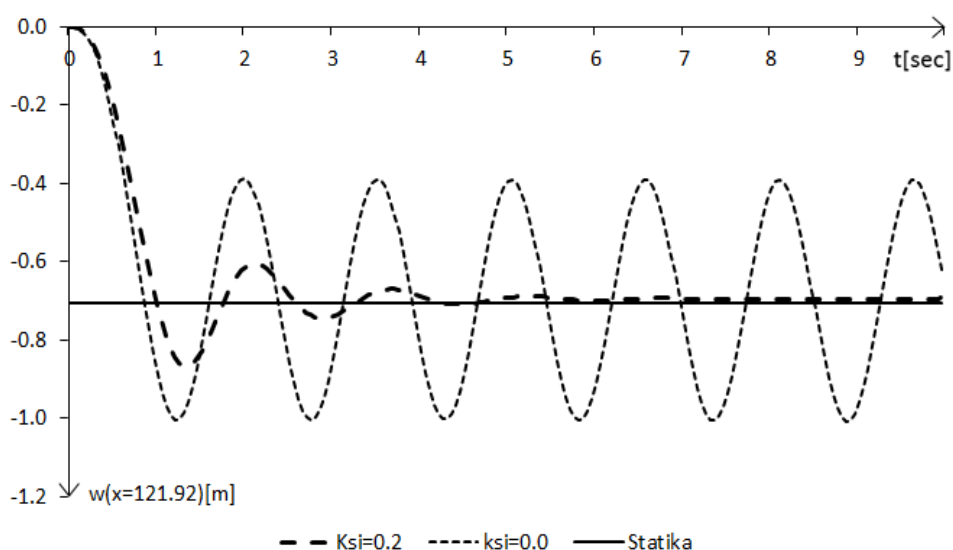
The cable with properties as in the second case of the first example is considered. The cable is approximated with ten finite elements. In the first case the time response of the cable should be determined, i.e. the time history of the vertical displacement of the point of the cable at the distance of $x=121.92m$ due to time-dependent uniformly distributed loading. In the second case the vertical displacement of the same point should be determined due to seismic loading. In both cases dynamic loading begins to act on the previously established equilibrium position.

In the analysis of dynamic response of the cable due to time-dependent uniformly distributed loading, upon the equilibrium position of the cable begins to act uniformly distributed loading $p(t) = \bar{p}f(t)$, along the whole span, where $\bar{p} = 0.046kNm^{-1}$ and $f(t)$ is the function of the time change. The graph of the function $f(t)$ is given in the Fig. 4, and it is assumed that the value of the parameter c is equal to $c=-1$. In the analysis of the cable response due to an earthquake loading, upon the equilibrium position of the cable begins to act an earthquake loading $a(t)$, given through the synthetic accelerogram which is also given in the Fig. 4, where $c=10$. With such choice of loading $p(t)$ and $a(t)$, expressions (81.1) and (81.2) are equivalent since ${}^{m+1}\mathbf{r} = -\mathbf{MB}^{m+1}\mathbf{a}$. The control of cable displacements due to dynamic loading by the time varying uniformly distributed loading $p(t)$ and by the accelerogram $a(t)$ may be performed using the cable equation for the cable loaded by the additional uniformly distributed gravitational loading $p = \bar{p}$, according to the non-linear theory given in the section 2.2.3.

Fig. 5 presents the graph of the time change of the vertical motion of considered point of the cable due to time-dependent uniformly distributed loading and accelerogram, for the two cases of damping $x = 0$ and $x = 0.2$. For both cases of loading, displacement graphs are the same. The value of displacement of the cable at the point $x=121.92m$ due to static loading $p = \bar{p}$, is designated by *Statika* in Fig. 5 and is equal to $w_{stat}(x=121.92) = -0.699m$. In the case when the cable is loaded by dynamic loading without damping, $x = 0$, at the part of the graph for $t > 1$, the average value of deflection is equal to $w_{sr}(x=121.92) = -0.698m$ which is in a very good agreement with the static deflection w_{stat} . In the case when the cable is dynamically loaded and with damping of $x = 0.2$, at the part of the graph for $t > 7$, deflection is $w(x=121.92) = -0.698m$ due to damping, which is in a very good agreement with the static deflection w_{stat} .



Slika 4 Grafik vremenske promene raspodeljenog opterećenja $f(t)$ i akcelelograma $a(t)$
 Figure 4 The graph of the time change of the distributed loading $f(t)$ and accelerogram $a(t)$



Slika 5 Vertikalno pomeranje tačke kabla na rastojanju od 121.92 m od levog oslonca usled opterećenja vremenski promenljivim jednako raspodeljenim opterećenjem ili akcelelogramom
 Figure 5 The vertical displacement of the cable point at distance of 121.92 m from the left support due to loading by the time varying uniformly distributed loading or by accelerogram

6 ZAKLJUČAK

Numerički model konačnih elemenata, zasnovanih na hiperboličkim izrazima za lančanicu, koji je prikazan u radu, može da se koristi za nelinearnu analizu kablova s bilo kojim odnosom strela-raspon. Za rešavanje nelinearnih ekvivalentnih jednačina ravnoteže, do kojih se u dinamičkoj analizi dolazi primenom direktne numeričke integracije korak po korak u rešavanju diferencijalnih jednačina kretanja, koristi se inkrementalno iterativni postupak i to modifikovani Newton Raphson-ov iterativni postupak, u kombinaciji s Newmark-ovim postupkom vremenske integracije. Dinamičke karakteristike konstrukcije određene tako što se generalisani problem svojstvenih vrednosti pararealnih, simetričnih i pozitivno definitnih matrica konstrukcije prvo transformiše na

6 CONCLUSION

The numerical model of the finite elements based upon the hyperbolic catenary expressions, presented in the paper, might be used for the non-linear cable analysis with any sag-to-span ratio. For solution of the equivalent equations of equilibrium, which are obtained in dynamic analysis using direct numerical integration step by step in the solution of differential equations of motion, the incremental iterative method and the modified Newton-Raphson's iterative method, combined with the Newmark's method of time integration, are used. Dynamic properties of the structure are determined, so the generalized eigenvalue problem of the pair of real, symmetric and positive definite matrices is first transformed into the standard eigenvalue problem of a

standardni problem svojstvenih vrednosti jedne matrice. Dobijeni standardni problem se zatim Housholder-ovom metodom svodi na tridijagonalnu matricu i primenom QL algoritma za dekompoziciju tridijagonalne matrice dobijaju se svojstvene vrednosti i svojstveni vektori konstrukcije.

Numerički model konačnog elementa, postupak za nalaženje svojstvenih frekvencija i svojstvenih oblika konstrukcije, kao i postupak za rešavanje nelinearnih jednačina ravnoteže i diferencijalnih jednačina kretanja ugrađeni su u razvijeni računarski program ELAN. Program može da se koristi za linearnu i nelinearnu analizu konstrukcija s kablovima, kako usled statičkog, tako i usled dinamičkog opterećenja.

Program je verifikovan preko više urađenih numeričkih primera u kojima su određivani dinamički ugibi kabla i kružne frekvencije. Dobijeni dinamički ugib kabla usled dinamičkog opterećenja vremenski promenljivim jednakopodeljenim opterećenjem i akcelogramom, upotrebom programa, veoma se dobro slažu s teorijskim, odnosno analitički određenim vrednostima. Dobijene vrednosti kružnih frekvencija dobro se slažu s vrednostima kružnih frekvencija dobijenim analitičkim putem za niže frekvencije, dok kod viših frekvencija ima razlike i maksimalna razlika u 5. tonu iznosi oko 10%.

Napomena:

Drugi autor (S. Brčić) zahvaljuje na finansijskoj podršci dobijenoj od Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije u okviru projekta TP 36043.

7 LITERATURA REFERENCES

- [1] Desai Y.M. Popplewell N., Shah A.H. Buragonain D.N. *Geometric nonlinear static analysis of cable supported structures*, Computers & Structures, 29(6):1001–1009, 1988.
- [2] Ekhandet S.G., Madugula M.K.S., *Geometric nonlinear analysis of three-dimensional guyed towers*. Computer & Structures, 29(5):801–806, 1988.
- [3] Freire A.M.S. Negrão J.H.O. Lopes A.V. Geometrical nonlinearities on the static analysis of highly flexible steel cable-stayed bridges, Computers & Structures, 84:2128–2140, 2006.
- [4] Gopčević Š., *Nelinearna analiza konstrukcija sa kablovima*, Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, 2007
- [5] Gopčević Š., Brčić S., *Modeliranje kabla konačnim elementom zasnovanim na analitičkim izrazima za lančanicu*, Prvi nacionalni simpozijum sa međunarodnim učešćem – Teorijska i eksperimentalna istraživanja konstrukcija i njihova primena u građevinarstvu, TEIK, Zbornik, knjiga 2, str. A113-A122 Niš, 18-19 mart 2010
- [6] Irvine M., *Cable structures*, MIT Press, 1981
- [7] Jayaraman H. B., Kundson W.C., *A Curved Element for the Analysis of Cable Structures*, Computers & Structures, 1981, Vol 14, No. 3-4, pp. 325-333

single matrix. Obtained standard eigenvalue problem is then transformed into the problem of three-diagonal matrix, using the Householder's method, and then, using the QL algorithm for decomposition of three-diagonal matrix, the eigenvalues and eigenvectors of the structure are obtained.

Numerical model of the finite element, the procedure to obtain the natural frequencies and the natural modes of the structure, as well as the procedure for solution of the non-linear equations of equilibrium and differential equations of motion are implemented into developed computer code ELAN. The code might be used for the linear and non-linear analysis of the cable supported structures, both due to static and dynamic loading.

Verification of the code is performed through several numerical examples where the dynamic deflections of the cable and the circular frequencies were determined. Obtained dynamic cable deflection due to dynamic loading by the time-dependent uniformly distributed loading and accelerogram, obtained by the code, are in a very good agreement with theoretically obtained, i.e. analytically calculated values. Obtained values of circular frequencies are in a good agreement with the values of the circular frequencies obtained analytically, for the lower frequencies, while for higher modes there are some differences and the maximum difference in the 5th mode is about 10%.

Note:

The second author (S. Brčić) is grateful for the financial support by the Ministry of Science and Technology of the Republic of Serbia in the scope of the project TP 36043.

- [8] Karoumi R., Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of cable supported bridges, Computers & Structures, 1999, Vol. 71, No. 3, pp. 397-412
- [9] Karoumi R., *Modeling of Cable-Stayed Bridges for Analysis of Traffic Induced Vibrations*, International modal analysis conference N^o 18, 2000, Vol. 4062(2), pp. 842-848
- [10] Kim H., Lee M., Chang S., *Non-linear shape-finding analysis of self-anchored suspension bridge*, Engineering Structures, 2002, Vol. 24, No. 12, pp. 1547-1559
- [11] Kim H., Lee M., Chang S., *Determination of hanger installation procedure for a self-anchored suspension bridge*, Engineering Structures, 2006, Vol. 28, No. 7, pp. 959-976
- [12] Nazmy A.S. Abdel-Ghaffar A.M. *Three-dimensional nonlinear static analysis of cable-stayed bridges*. Computers & Structures, 34(2):257–271, 1990.
- [13] Ni Y.Q., Ko J.M., Zheng G., Dynamic analysis of large-diameter sagged cables taking into account flexural rigidity. Journal of Sound and Vibration, 257(2):301–319, 2002
- [14] Tibert G., *Numerical Analyses of Cable Roof Structures*, Licentiate Thesis, Royal Institute of Technology, Department of Structural Engineering, Stockholm, 1999

- [15] Yang M.G., Chen Z.Q., Hua X.G., *A new two-node catenary cable element for the geometrically non-linear analysis of cable-supported structures*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2010, Vol. 224, pp. 1173-1183
- [16] Ernst H.J., *Der E-modul von seilen und beruecksichtigung des durchhanges*, Der Bauingenieur, 1965, Vol. 40, pp. 52-55
- [17] Gopčević Š., Brčić S., Žugić Lj. *Statička analiza kablova*, Građevinski materijali i konstrukcije, **54** (2011) 3 (19-43).
- [18] Žugić Lj., Brčić S., *Vremenski odgovor nesimetrične zgrade u zavisnosti od dominantnog pravca delovanja zemljotresa*, Materijali i konstrukcije **53** (2010) 1 (14-32)
- [19] Žugić Lj., Brčić S., *Sudar susjednih nesimetričnih višespratnih zgrada usled uticaja zemljotresa*, Materijali i konstrukcije **53** (2010) 2 (3-22)
- [20] Gopčević Š., Brčić S., Žugić Lj., *Spektralna modalna analiza zgrada sa polukrutim i ekscentričnim vezama*, Materijali i konstrukcije **53** (2010) 3 (14-31)
- [21] Dražić J., *Konceptualno projektovanje aseizmičke konstrukcije – vrednovanje projektnih rešenja*, Materijali i konstrukcije **52** (2009) 3-4 (21-34)
- [22] Lađinović Đ., *Savremene metode seizmičke analize konstrukcija zgrada*, Materijali i konstrukcije **51** (2008) 2 (25-39)
- [23] Folić R., *Projektovanje seizmički otpornih betonskih mostova*, Materijali i konstrukcije **51** (2008) 2 (41-65)

REZIME

DINAMIČKA ANALIZA KABLOVA

Špiro GOPČEVIĆ
Stanko BRČIĆ
Ljiljana ŽUGIĆ

Kablovi, kao konstruktivni elementi, upotrebljavaju se u mnogim oblastima građevinskog inženjerstva i predstavljaju vitalni noseći deo raznih konstrukcija. U radu je prikazana dinamička analiza kablova prvo na osnovu analitičkih pristupa koji mogu da se koriste za izolovane kablove, a zatim i numerička analiza zasnovana na primeni metode konačnih elemenata, koja omogućava numeričku analizu konstrukcija s kablovima, a ne samo analizu izolovanih kablova. Posle kraće rekapitulacije statičke analize kablova, prikazana je analitička dinamička analiza kablova, zasnovana na paraboličnoj teoriji lančanice. Zatim je data formulacija konačnih elemenata kablova, izvedena upotrebom analitičkih izraza za nerastegljivu, kao i za elastičnu hiperboličku lančanicu. Primenom korigovane Lagrange-ove formulacije i D'Alambert-ovog principa, izvedene su nelinearne diferencijalne jednačine kretanja konstrukcija s kablovima. Prikazano je rešenje problema slobodnih vibracija, kao i inkrementalno-iterativno rešavanje prinudnih prigušenih vibracija konstrukcija s kablovima direktnom numeričkom integracijom korak po korak i primenom Newton-Raphson-ovog i Newmark-ovog postupka. Posebno su prikazane diferencijalne jednačine kretanja u slučaju delovanja zemljotresa na konstrukcije s kablovima, pri čemu je zemljotres posmatran kao prinudno pomeranje oslonaca u formi zadatog akceleroograma proizvoljnog pravca u prostoru. S ciljem numeričke realizacije ovoga problema, razvijen je kompjuterski program koji omogućava linearnu i nelinearnu analizu konstrukcija s kablovima, usled dejstva statičkog i dinamičkog opterećenja. U nizu posmatranih računskih primera dinamičke analize izdvojenih kablova, vrednosti dobijene programom upoređivane su sa analitičkim vrednostima, te je uočeno dobro slaganje rezultata.

Ključne reči: nelinearna analiza, dinamička analiza, lančanica, kabl

SUMMARY

DYNAMIC CABLE ANALYSIS

Spiro GOPCEVIC
Stanko BRCIC
Ljiljana ZUGIC

The cables as the structural elements are used in many fields of structural engineering and represent a vital supporting part of various structures. The paper presents dynamic cable analysis, first based upon the analytical approaches which may be used for isolated cables, and then the numerical analysis based upon the finite element method, which enables numerical analysis of cable supported structures, and not only analysis of isolated cables. After the short summary of the static cable analysis, analytical approach of dynamic cable analysis, based upon the parabolic catenary theory, is presented. The formulation of the cable finite elements is given, which is derived by using the analytical expressions for unstretchable, as well as elastic hyperbolic catenary. The non-linear differential equations of motion of the structure with cables are derived by using the Updated Lagrange Formulation and the D'Alambert's Principle. The solution of the free vibration problem is presented, as well as the incremental-iterative solution of the forced damped vibrations of cable-supported structures, using the direct numerical integration step by step and the Newton-Raphson and Newmark's methods. The particular case of differential equations of motion for an earthquake action upon cable structures is presented, where an earthquake is treated as the forced motion of supports in the form of a given accelerogram with an arbitrary direction in space. In order to obtain the numerical solution of considered problem, the corresponding computer code was developed, which enables the linear and non-linear analysis of cable structures, due to action of the static and dynamic loading. In the sequence of considered numerical examples of dynamic analysis of isolated cables, the values obtained by the code were compared with the analytical values, with good mutual agreement of results.

Keywords: nonlinear analysis, dynamic analysis, catenary element, cable catenary element, cable

FIZIČKI MODELI TUNELSKIH OBJEKATA U EKSPERIMENTALNIM ISTRAŽIVANJIMA – I deo: Tehnike modeliranja iskopa tunelskih objekata

PHYSICAL MODELING OF TUNNEL STRUCTURES IN EXPERIMENTAL TESTS – Part I: Modelling techniques of tunnel excavation

Elefterija ZLATANOVIĆ
Dragan LUKIĆ
Aleksandar PROKIĆ

PREGLEDNI RAD
UDK: 624.191.04 = 861

1 UVOD

Imajući u vidu veliki broj izgrađenih tunela, veoma značajno bilo bi sveobuhvatno sagledavanje pomeranja i napona, izazvanih samom izgradnjom ovih objekata, kao i proučavanje njihovog uticaja na postojeće obližnje konstrukcije. Tehnologija izgradnje tunela tokom poslednjih nekoliko decenija zabeležila je enorman napredak.

Često se u radu na tunelskim objektima inženjeri oslanjaju na empirijske metode, zasnovane na limitiranom broju podataka s terena, naročito kada je reč o sleganjima površine terena ili o proračunu napona u tunelskoj oblozi. Ove metode polaze od pretpostavke ravnog stanja deformacija i veoma često zanemaruju trodimenzionalnu sliku procesa izgradnje tunela.

Modeliranje primenom numeričkih metoda omogućuje daleko precizniju analizu koja uzima u obzir interakciju tunelske obloge i okolnog medijuma (tlo/stena), faze izgradnje objekta, kao i 3D efekte.

Projekti instrumentacije i merenja na terenu takođe mogu obezbediti korisne informacije, ali – s jedne strane, prezentacija takvih rezultata veoma je teška, a – s druge strane, terenska istraživanja limitirana su i u pogledu

1 INTRODUCTION

With so many tunnels being built, it is important to have a comprehensive understanding of the tunnelling induced displacements and stresses and their impact on nearby structures. Tunnelling technology has significantly advanced in the past few decades.

Nevertheless, tunnel engineers are often relying on empirical methods based on limited field data in calculating surface settlement or lining stresses. These methods assume plane strain conditions and often fail to account for the three-dimensional nature of the tunnel construction process.

Numerical modelling allows one to conduct more realistic analyses that take into account the tunnel-lining interaction, construction sequence and 3D face effects.

Analysis of instrumented projects and field trials has yielded useful information. However, results are difficult to interpret. In addition, field investigation is limited by expense of instruments and safety concerns that prevent access to tunnels near collapse.

Full-scale experiments would be the best solution; however, they are very expensive, difficult to run, and hard to repeat.

Elefterija Zlatanović, assistant, grad.civ.eng., Faculty of Civil Engineering and Architecture, University of Niš, Serbia
e-mail: elefterija2006@yahoo.com
Dragan Lukić, full professor, grad.civ.eng., Faculty of Civil Engineering, Subotica, University of Novi Sad, Serbia
e-mail: drlukic.lukic@gmail.com
Aleksandar Prokić, full professor, grad.civ.eng., Faculty of Civil Engineering, Subotica, University of Novi Sad, Serbia
e-mail: aprokic@Eunet.rs

Elefterija Zlatanović, assistant, grad.civ.eng., Faculty of Civil Engineering and Architecture, University of Niš, Serbia
e-mail: elefterija2006@yahoo.com
Dragan Lukić, full professor, grad.civ.eng., Faculty of Civil Engineering, Subotica, University of Novi Sad, Serbia
e-mail: drlukic.lukic@gmail.com
Aleksandar Prokić, full professor, grad.civ.eng., Faculty of Civil Engineering, Subotica, University of Novi Sad, Serbia
e-mail: aprokic@Eunet.rs

cene instrumenata, kao i zbog nebezbednosti pristupa objektu neposredno pre njegovog kolapsa.

Eksperimenti na modelima u punoj veličini predstavljali bi idealno rešenje, ali su veoma skupi, teški za izvođenje, a i nemoguće ih je ponoviti.

Na osnovu svih prethodno navedenih činjenica, nameće se zaključak da je najpristupačnije i najekonomičnije izučavanje odgovora tla kao posledice izgradnje tunela upravo na bazi redukovanih fizičkih modela. Naime, laboratorijska ispitivanja na modelima u uslovima gravitacione sile Zemlje ili u centrifugi omogućuju istraživanje najrelevantnijih faktora koji utiču na ponašanje tunelskih objekata. Rezultati tih testiranja takođe mogu obezbediti neprocenjivo važne podatke koji će doprineti poboljšanju i nadogradnji izabranog numeričkog modela.



Therefore, ground response to tunnelling should be also studied using reduced physical models. Namely, laboratory model tests conducted under gravity or in a centrifuge allow one to investigate the most relevant factors influencing the tunnel behaviour. Testing results also provide valuable data for refining the chosen numerical model.

2 FIZIČKI MODELI TUNELSKIH OBJEKATA U EKSPERIMENTALNIM ISTRAŽIVANJIMA

Iako su se s razvojem kompjuterske tehnike pojavile mnogobrojne numeričke i analitičke metode istraživanja u tunelogradnji, inženjeri geotehnike i istraživači ipak pretežno pribegavaju ispitivanjima na fizičkim modelima, s ciljem razumevanja različitih fenomena u izgradnji tunelskih objekata, pre svega načina nastajanja deformacija i mehanizma loma. Ta ispitivanja mogu biti sprovedena ili u uslovima 1g ubrzanja ili u centrifugi.

Modeli u 1g uslovima omogućuju istraživanje kompleksnih sistema u kontrolisanoj sredini i predstavljaju ekonomičnu opciju u poređenju sa eksperimentima u centrifugi ili s terenskim istraživanjima. Međutim, primena 1g modela ograničena je činjenicom da *in situ* naponi nisu najrealnije simulirani.

Testovi u centrifugi baziraju se na stvaranju gravitacionih napona u malom modelu. Dakle, njihova karakteristika je korišćenje modela malih dimenzija, uz veoma dobru kontrolu stanja sve do loma. Ograničenje modela sa centrifugom ogleda se u efektima veličine zrna tla u modelu malih dimenzija, kao i u nekonzistenciji u razmeri za različite merene veličine (dužina, inercijalna sila, tečenje i dr.). Takođe, nedostatak ove vrste testiranja jesu radialne sile koje nastaju u centrifugi, a koje po svojoj veličini nisu iste u svim tačkama modela.

3 TEHNIKE MODELIRANJA ISKOPA TUNELSKIH OBJEKATA

S ciljem istraživanja različitih aspekata reakcije tla na izgradnju tunelskih objekata, razvijeno je nekoliko pristupa u modeliranju. Ispitivanja se sprovode u aparaturi u kojoj modeli tla imaju krute granice. Aparat se sa unutrašnje strane najčešće premazuje radi smanjenja otpora tla trenjem. Takođe, često se barem jedna strana aparata ostavlja transparentnom, kako bi istraživač i vizuelno mogao da prati pomeranja modela

2 PHYSICAL MODELLING OF TUNNEL STRUCTURES IN LABORATORY INVESTIGATIONS

Although advances in computational techniques have led to extensive numerical and analytical tunnelling research, geotechnical engineering researchers depend heavily on physical modelling to understand different phenomena related to tunnelling, such as, deformation patterns and failure mechanisms. Tests are usually conducted under 1g conditions or in a centrifuge.

The 1g models allow investigation of complex systems in a controlled environment and they are considered to be more economical compared to centrifuge or field investigations. The usefulness of 1g models is limited by the fact that *in situ* stresses are not realistically simulated. Despite this limitation 1g models have long been used in soft ground tunnelling research.

Centrifuge modelling is thought to be a convenient tool to reproduce gravity stresses in a small model. Centrifuge testing offers the advantage of using small size models with a great control up to failure. Limitations of centrifuge modelling include grain size effects in small models and inconsistency of scaling factors for different measured quantities (e.g. length, inertia force, creep, etc.). In addition, the radial forces induced during centrifuge testing are not the same throughout the model.

3 MODELLING TECHNIQUES OF TUNNEL EXCAVATION

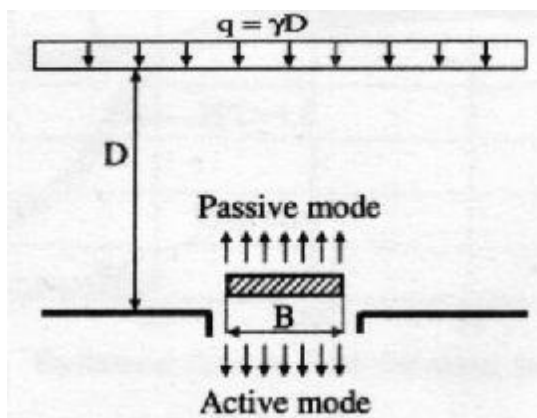
Several modelling approaches have been developed to investigate different aspects of ground response to tunnelling. The tested soils are typically contained within an apparatus with rigid boundaries. The container is usually lubricated to limit the frictional resistance imposed on the soil. Often at least one of the faces is transparent to enable researchers to visually record the soil movements.

tla u aparaturi.

U nastavku će biti predstavljeno nekoliko pristupa, s njihovim prednostima i nedostacima.

3.1 Modeli s trap door sistemom

Ova metoda modeliranja bazira se na translatorskom pomeranju trap door sistema, a razlikuju se pomeranje naniže, tj. utiskivanje u tlo (pasivni mod) i pomeranje naviše (aktivni mod), kao što je prikazano na slici 1.



Slika 1. Klasični trap door problem
Figure 1. Classical trap door problem

Pasivni mod može biti primenjen za procenu sile potiska, izazvane podzemnim objektom koji se idealizuje zasvedenim oblikom konstrukcije. Aktivni mod se primenjuje u proučavanju pritiska tla na tunelsku oblogu.

Ispitivanje trap door metodom u 1g uslovima najčešće se bazira na primeni aluminijumskih šipki ili suvog peska, radi simulacije reakcije tla na pomeranje trap door sistema u uslovima ravnih deformacija. Tipični mehanizmi loma za aktivni i pasivni mod prikazani su na slici 2.

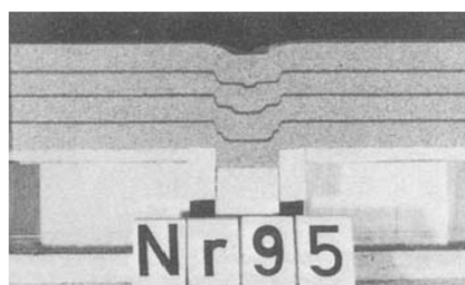
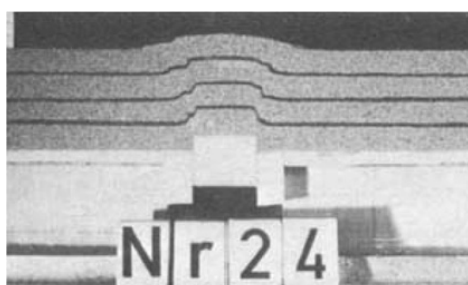
A review of selected physical modelling techniques used in tunnelling research is provided below. A summary of the advantages and disadvantages of each technique is also presented. and disadvantages of each technique is also presented.

3.1 "Trap door" models

This modelling method is based on the translation of a trap door into the soil (passive mode) or away from it (active mode) as shown in Fig. 1.

The passive mode can be used to evaluate the uplift force of anchors and other buried structures that can be idealized as anchors. The active mode can be used to study the silo problem or the earth pressure on a tunnel lining.

The 1g trapdoor tests are usually based on using either aluminium rods or dry sand to simulate the response of granular materials to trap door displacement under plane strain conditions. Typical failure patterns for the active and passive modes of trap door displacements are shown in Fig. 2.



Slika 2. Tipični mehanizmi loma u aktivnom i pasivnom modu trap door sistema
Figure 2. Typical failure patterns under active and passive modes of trap door system

Iz aspekta primene u ispitivanjima na tunelskim objektima, trap door modeli smatraju se približnom metodom simulacije odgovora tla na izgradnju tunela. Ti modeli omogućuju procenu sleganja tla i odgovarajućeg zemljanog pritiska na tunelsku oblogu.

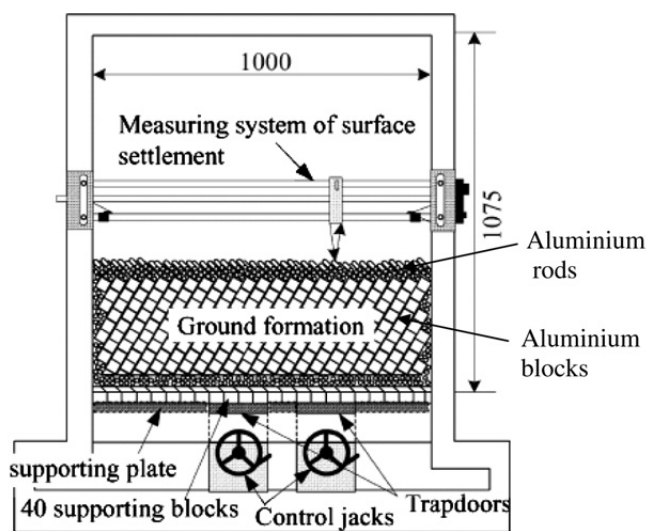
In tunnelling applications, trap door models are considered to be an approximate method to simulate ground response to tunnelling. They facilitate the evaluation of the surface settlement and the corresponding earth pressure on a tunnel lining.

3.1.1 Dvdimenzionalni testovi

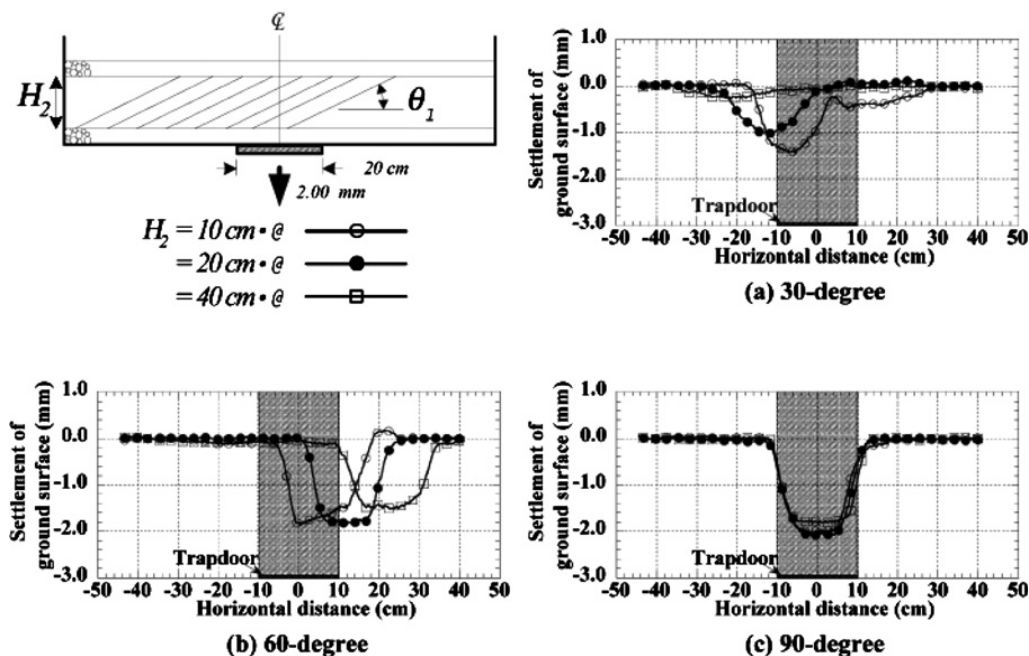
2D trap door testove koristili su mnogi istraživači, koji su putem serije 1g eksperimenata istraživali reakcije tla sa zakošenim slojevima na izgradnju tunelskog objekta. U jednom od eksperimenata (Park et al., 1999), tlo je bilo izmodelirano aluminijumskim šipkama ($\gamma=21,1 \text{ kN/m}^3$ i $\varphi=30^\circ$) i aluminijumskim blokovima ($\gamma=26,4 \text{ kN/m}^3$ i $\varphi=20^\circ$), poređanim u slojeve pod uglom od 30° , 60° i 90° u odnosu na horizontalu. Dispoziciju (slika 3) čini četrdeset oslonačkih blokova širine 2,45 cm, poređanih preko oslonačke ploče koja je instalirana preko dna

3.1.1 Two-dimensional tests

Two-dimensional trap door tests were conducted by several researchers, who conducted a series of 1g trap door experiments to investigate the response of inclined layers to tunnel excavations. The tested material consisting of aluminium rods ($\gamma = 21.1 \text{ kN/m}^3$ and $\varphi=30^\circ$) and aluminium blocks ($\gamma = 26.4 \text{ kN/m}^3$ and $\varphi=20^\circ$) was arranged in layers making angles of 30° , 60° , and 90° with the horizontal. The setup (shown in Fig. 3) is composed of 40 supporting blocks, 2.45 cm in width arranged over a supporting plate installed along the base



Slika 3. Šematski prikaz trap door aparata (mere u mm)
Figure 3. Schematic layout of the trap door apparatus (dimensions in mm)



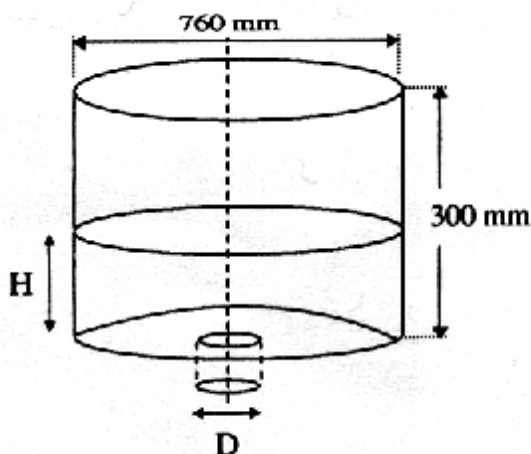
Slika 4. Dijagrami sleganja tla za slučaj različitih nagiba slojeva u tlu
Figure 4. Surface settlement for different layer inclination angles

aparata. Između svakog nosećeg bloka i oslonačke ploče instalirano je četrdeset mernih ćelija, tako da distribucija pritiska tla na *trap door* sistema može biti izmerena. Interakcija dva susedna bloka izbegnuta je ostavljanjem prostora od 0,05 mm između njih. Proces iskopa tunela simulira se spuštanjem *trap door* sistema uz primenu upravljačke dizalice.

Na slici 4 prikazani su dijagrami sleganja tla usled utiskivanja *trap door* sistema za 2 mm, za različite inklinacije slojeva u tlu i za različite vrednosti pritiska nadloja.

3.1.2 Aksisimetrični i trodimenzionalni testovi

Aksisimetrični *trap door* eksperimenti izvode se u 1g uslovima i u centrifugi. Uređaj za testiranje je od nerđajućeg čelika, radijusa 380 mm i visine 300 mm (slika 5).



Slika 5. Uređaj za testiranje sa depozitom od suvog peska, $d=5\text{mm}$
Figure 5. Testing device with dry sand deposit, $d=5\text{mm}$

U centru komore uređaja nalazi se kružni „trap door“ sistem prečnika 5 cm, koji se spušta za 5mm uz pomoć dizalice i električnog motora. Kao model tla (Adachi et al., 1995) primenjen je silikatni pesak (koef. poroznosti 0,753, relativna zbijenost 70,94 %, $\varphi=36^\circ$). Merena su pomeranja i pritisak tla na „trap door“ sistem. Sleganja tla su merena korišćenjem laserskih mernih traka.

Sličnu postavku Adashi et al. su 2003. godine iskoristili u cilju istraživanja 3D efekta „trap door“ sistema na nastale pritiske i pomeranja tla u 1g uslovima. Ova istraživanja su pokazala da je pritisak zemlje meren oko „trap door“ sistema u 2D testu bio veći nego pritisak izmeren u 3D testu.

3.2 Kruta cev s fleksibilnim ili nepomerljivim čelom

Ovaj metod primenjen je za istraživanje stabilnosti plitkih tunela u blizini čeonog dela objekta (portal) i za određivanje napona koji se prenosi na oblogu. Model

of the apparatus. Forty load cells were installed between each supporting block and the supporting plate so that the distribution of earth pressure on the trap door can be measured. The interaction between two adjacent blocks is avoided by setting the spacing at 0.05 mm. The tunnelling process is simulated by lowering the trap door using a control jack.

Fig. 4 shows an example of the surface settlement profiles induced by lowering the trap door 2 mm for different layer inclination angles and overburden pressures. It was found that the inclination angle has a significant effect on the surface settlement.

3.1.2 Axi-symmetric and three-dimensional tests

Axi-symmetric trap door experiments were conducted by Adachi et al. (1995) under 1g and centrifugal conditions. The testing device, made of stainless steel, has a radius of 380 mm and a height of 300 mm. A schematic layout of the test setup is shown in Fig. 5.

The centre of the testing chamber has a circular trap door that (with a diameter of 5 cm) can be lowered by a screw jack and electric motor. Silica sand (void ratio = 0.753, relative density = 70.94%, friction angle = 36°) was used for the model soil. Displacements and earth pressures at and around the trap door were measured. The surface settlement was measured using a laser displacement gauge when the trap door was lowered 5 mm.

A similar setup has been used by Adachi et al. (2003) to investigate the 3D effect of the trap door system on the induced pressure and surface settlement under 1g condition. For a given overburden pressure and a trap door displacement the earth pressure measured around the 2D trap door was greater than that measured around the 3D trap door tests.

3.2 Rigid tube with flexible or rigid face

This method has been used to investigate the near face stability of shallow tunnels and evaluate the stress transferred to the lining. A tube is typically placed in a

tunelske cevi postavlja se u fazi formiranja modela tla u kontejneru i u završnoj fazi pripreme se zatrpava. Ovaj metod ograničen je samo na primenu u testovima s granulisanim zemljanim materijalom, jer bi kruta cev otežala konsolidaciju gline u kontejneru.

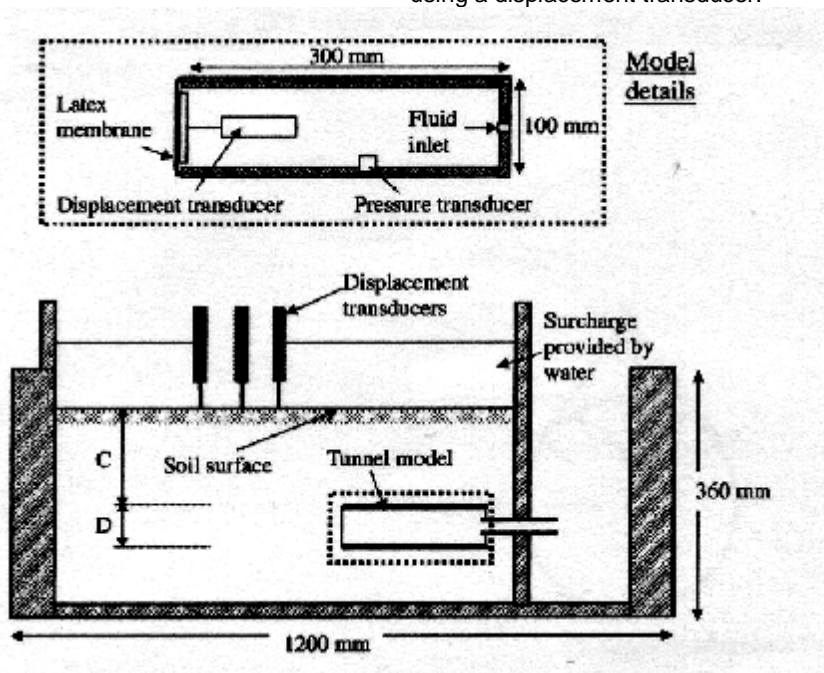
3.2.1 Model s fleksibilnim čelom

Chambon et al. (1991) izveli su test u centrifugi, s ciljem ispitivanja stabilnosti čela tunelskog objekta u slabonosivom tlu. Fizički model predstavlja metalna cev prečnika 100 mm i s membranom od lateksa 0,2 mm debljine, koja predstavlja čeonu deo tunelskog objekta (slika 6). Sitan homogeni pesak ($D_{50}=0,17$ mm, koef. uniformnosti 1,47) ravnomerno je nasut u kontejner velike krutosti, a potom je i model tunelskog objekta unet u kontejner i zatrpan još izvesnom količinom peska. Testiranje je rađeno u centrifugi u uslovima 50g, 100g i 130g. Tokom testa, pritisak u tunelu postepeno je smanjivan sve do pojave loma. Pomeranja čeonog dela tunelskog objekta izmerena su transduserima.

container during the soil placement stage and buried as more soil is added to the container. The method is limited in its application to granular material since the presence of a rigid pipe makes it difficult to consolidate clays in the container.

3.2.1 Model with flexible face

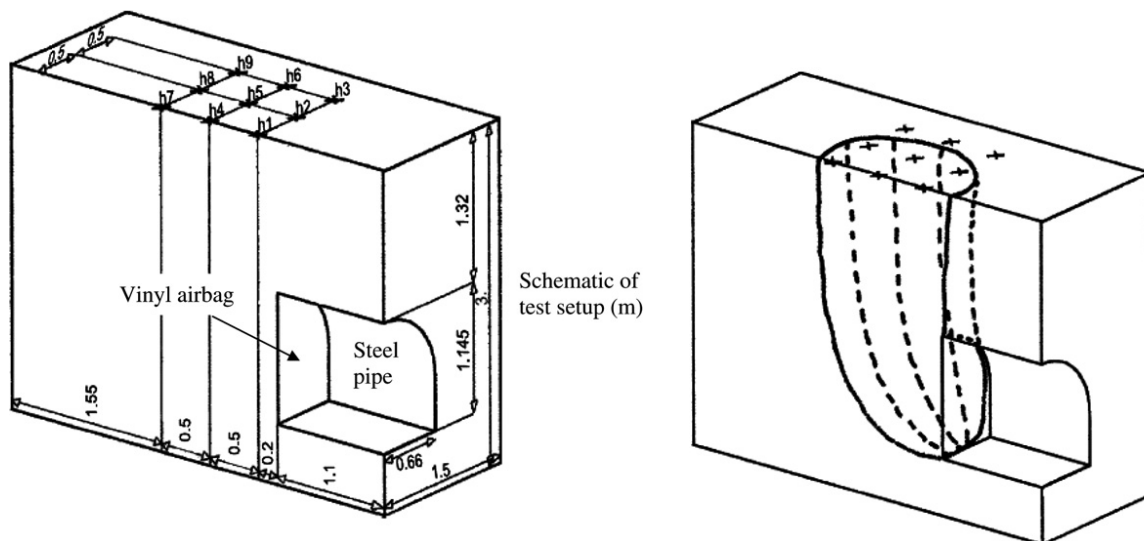
Chambon et al. (1991) conducted centrifuge tests to investigate the face stability of tunnels in soft ground. The physical model consisted of a metallic tube (100 mm diameter) with a latex membrane (0.2 mm thick) representing the tunnel face (Fig. 6). The membrane was left slack to prevent mechanical influence on the displacement of the face. Fine homogenous sand ($D_{50} = 0.17$ mm, uniformity coefficient = 1.47) was poured evenly into a rigid container and then the tunnel model is placed and more sand was added. The centrifuge testing was conducted under 50g, 100g and 130g. During the test, the pressure in the tunnel is gradually reduced until failure occurred. The face movements were tracked using a displacement transducer.



Slika 6. Model tunela (Chambon and Corte, 1994)
Figure 6. Tunnel model (Chambon and Corte, 1994)

Sterpi et al. (1996) razvili su 3D model tunelskog potkopa (štolne) velikih dimenzija. Ovaj 1g model sastoji se od čelične cevi potkovičastog oblika, dužine 1,1 m, širine 1,32 m i visine 1,145 m (slika 7). Vreća od vinila s vazduhom postavlja se unutar tunelske cevi i pritiskom vazduha iz vreće podupire se čeonu stranu tunelskog objekta. Tehnikom pluvijalnog taloženja izvršeno je punjenje kontejnera peskom srednje uniformnosti ($\phi=32^\circ$) koji je podeljen u slojeve konstantne debljine (30 cm). Na slici 7 prikazan je mehanizam loma usled smanjenja pritiska vazduha na čelo tunelskog iskopa.

A large scale 3D model of a tunnel heading has been developed by Sterpi et al. (1996). This 1g model (Fig. 7) consists of a 1.1 m long, horse shoe shaped steel pipe, with width and height of 1.32 m and 1.145 m, respectively. A vinyl bag is inserted within the pipe and air pressure is applied to support the tunnel face. The pluvial deposition technique was adopted to fill the container with medium uniform sand ($\phi=32^\circ$) levelled in layers of constant thickness (about 30 cm). Fig. 7 shows the recorded failure pattern resulting from air pressure reduction at the tunnel face.



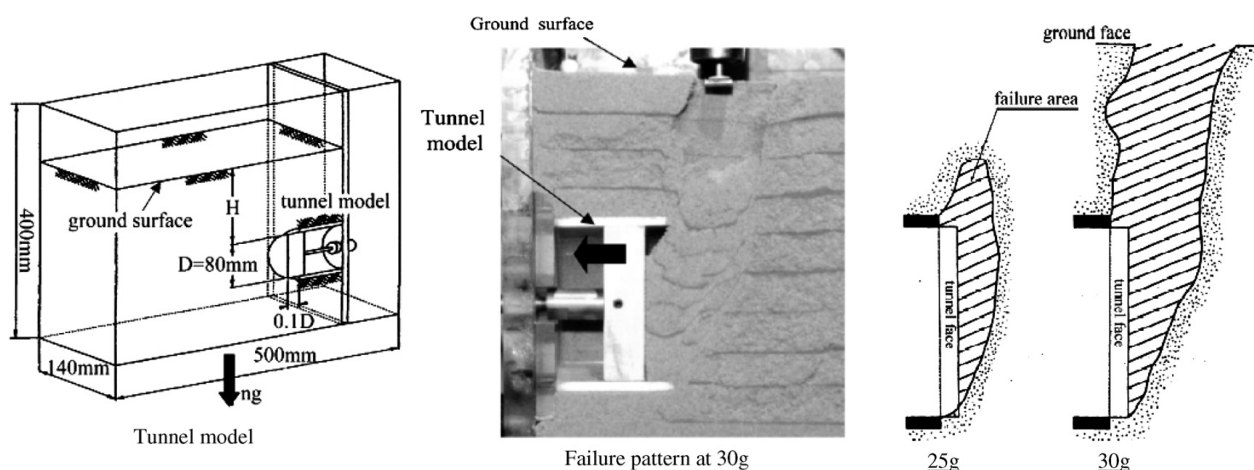
Slika 7. Postavka eksperimenta i mehanizam loma (Sterpi et al., 1996)
 Figure 7. Test setup and failure mechanism (Sterpi et al., 1996)

3.2.2 Model s rigidnim čelom

Kamata i Massimo (2003) razvili su fizički model tunela radi istraživanja efekta armiranja čeonog dela tunelske konstrukcije (portala) na stabilnost plitkih tunela. Model tunela se sastoji od polucilindrične akrilne ljuske prečnika 80 mm (slika 8). Model tla predstavlja pesak ($\gamma=15,1 \text{ kN/m}^3$, sadržaj vode 6,5%, $c=4,6 \text{ kPa}$ i $\varphi=20^\circ$) koji je nasut i zbijen u slojevima debljine 2 cm. Čelo tunela poduprto je pokretnom aluminijumskom pločom debljine 25 mm. Modeli tunela i tla smešteni su u kontejner dimenzija 140 x 500 x 400 mm, s transparentnom akrilnom ispunom. Instalirana je i armatura portala tunelske konstrukcije. Odnos visine nadsloja i prečnika tunelske cevi (H/D) održavan je konstantnim (vrednost 1,0) u svim serijama eksperimenata, koji su sprovedeni u centrifugi. Akcenat je bio na posmatranju stabilnosti tunelskog portala kao rezultat povlačenja aluminijumske ploče.

3.2.2 Model with rigid face

A physical model was developed by Kamata and Masimo (2003) to investigate the effect of face reinforcement on the face stability of shallow tunnels. Model of tunnel structure consisted of a semi-cylindrical acrylic shell 80 mm in diameter (Fig. 8). Soil model was represented by sand ($\gamma = 15.1 \text{ kN/m}^3$, water content 6.5%, $c = 4.6 \text{ kPa}$, $\varphi = 34.5^\circ$), that was poured and compacted in 2 cm thick layers. The tunnel face is supported by a movable 25 mm thick aluminium plate. The model is placed in a container measuring 140 x 500 x 400 mm with a transparent acrylic panel. The overburden ratio (H/D) was kept at 1.0 for all tests and the face reinforcement was installed. A series of centrifuge tests were conducted and the stability of the tunnel face resulting from pulling the aluminium plate was observed.



Slika 8. Model tunela i mehanizam loma (Kamata i Massimo, 2003)
 Figure 8. Tunnel model and failure pattern (Kamata i Massimo, 2003)

3.3 Model s vazдушnim membranama pod pritiskom

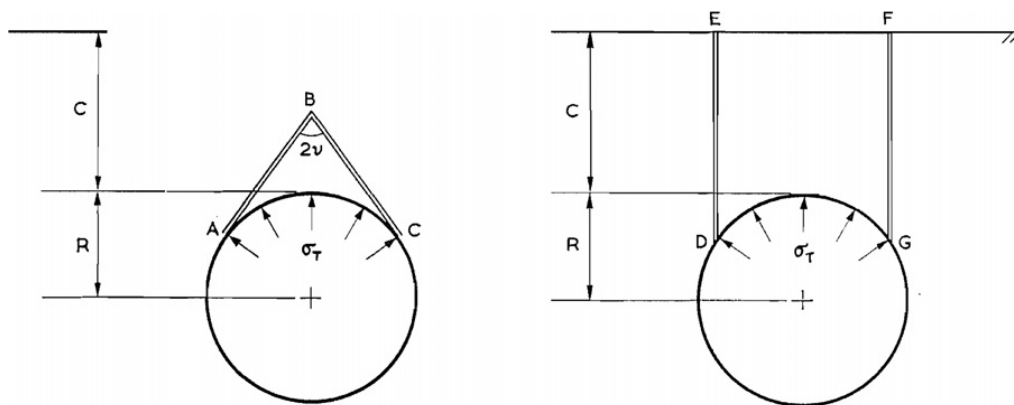
Vazduh pod pritiskom u gumenoj vreći zanemarljive čvrstoće našao je primenu u brojnim eksperimentima širom sveta. Naime, model tunelske cevi utiskuje se u model tla ili se zatrpava njime, a potom se u cev unosi gumena membrana i stavlja se pod pritisak. Da bi se simuliralo inicijalno stanje napona, pritisak vazduha u membrani izjednačen je s pritiskom nadsloja. Tokom eksperimenta, pritisak vazduha u membrani postepeno je smanjivan, s ciljem simuliranja redukcije napona koja nastaje u tlu tokom iskopa tunelskog otvora, sve do pojave loma tunelske cevi. Ovaj metod se uglavnom koristi u 2D uslovima, jer se može ostvariti efektivna kontrola pritiska vazduha.

• Atkinson et al. (1975) proučavali su stabilnost plitko položenih tunela primenom vazduha pod pritiskom. Sprovedeno je ukupno osam testova na modelima neobloženih tunela, u pesku velike zbijenosti, u 1g uslovima. Pesak, s koeficijentom poroznosti 0,52, sipan je u kutiju za testiranje u pravcu ose tunela. Između dve gumene membrane ubrizgan je vazduh pod pritiskom koji uklanja pesak iz unutrašnjosti tunelskog profila, izazivajući na taj način kolaps unutrašnje membrane, i ostavljajući spoljašnju membranu da deluje kao fleksibilna tunelska obloga, koja je poduprta vazduhom pod pritiskom. Pritisak vazduha je postepeno snižavan sve do pojave loma (slika 9).

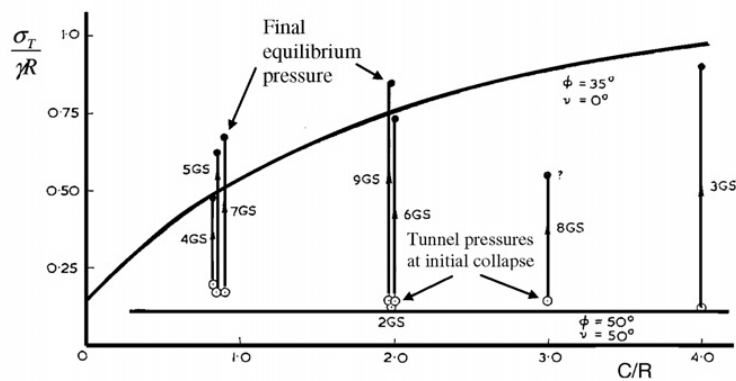
3.3 Model with pressurized air bags

Pressurized air in a rubber bag of negligible strength has been widely used by several researchers. A tube is pushed through the soil or buried during the soil placement and a rubber membrane is then inserted into the tube and pressurized. In the initial stress state the air pressure in the bag is kept equal to the overburden pressure. The air pressure is then lowered incrementally to simulate stress reduction experienced during soil excavation until complete failure of the tunnel is achieved. While air-pressure can be effectively controlled, the method is mostly used under 2D plane strain conditions.

• Atkinson et al. (1975) studied the stability of shallow tunnels using the pressurized air procedure. Eight tests were conducted on unlined tunnels in dense sands under 1g conditions. A sand (void ratio = 0.52) was poured into a test box in the direction of the tunnel axis. The pressure was introduced between two rubber membranes and the sand in the tunnel was removed causing the inner membrane to collapse and leaving the outer membrane as a flexible tunnel lining supported by the applied air pressure. The test was conducted by reducing the tunnel pressure in stages until collapse occurred (Fig. 9).



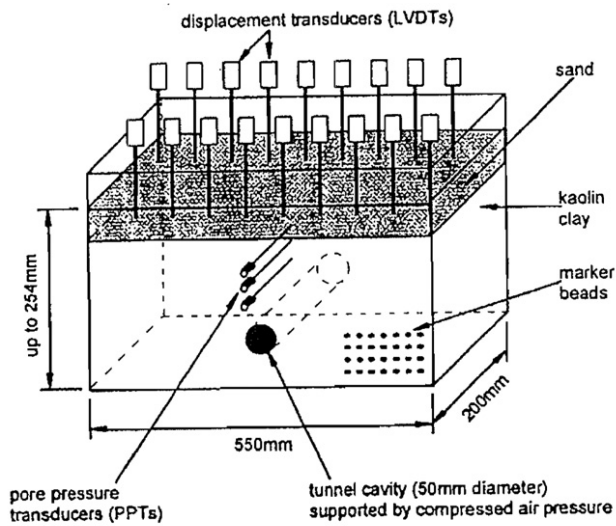
Collapse mechanisms for initial and final equilibrium



Variation of tunnel pressure at and after collapse

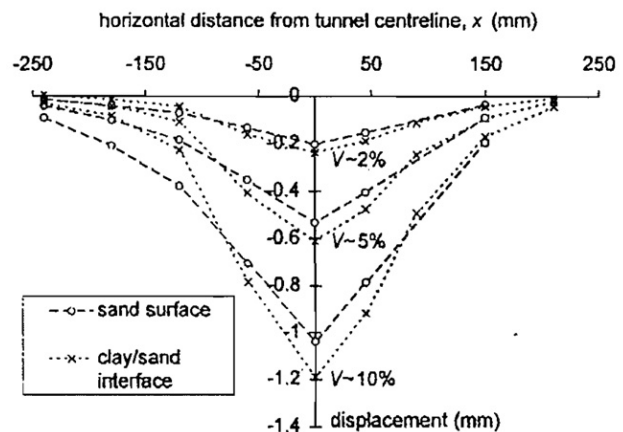
Slika 9. Kolaps plitko položenog, neobloženog tunela u zbijenom pesku (Atkinson et al., 1975)
Figure 9. Collaps of shallow-laid unlined tunnel in dense sand (Atkinson et al., 1975)

- Problem izgradnje tunela u slojevitom tlu proučavali su Hagiwara et al. (1999). Sprovedena je serija testova u centrifugi, u kojima je model tunela bio ukopan u glinu sa slojem peska iznad. Uzorak tla bio je pripremljen od konsolidovane kaolinke gline, izložene vertikalnom pritisku od 500 kPa u boks (550 x 200 mm) s ravnim deformacijama. Tunelski otvor napravljen je usecanjem u glinu i obložen je gumenom membranom od lateksa, koja je kontrolisana vazduhom pod pritiskom. Rezultati ispitivanja pokazali su da vrsta i stišljivost gornjeg sloja od peska igraju veoma značajnu ulogu u pomeranjima donjeg sloja gline (slika 10).



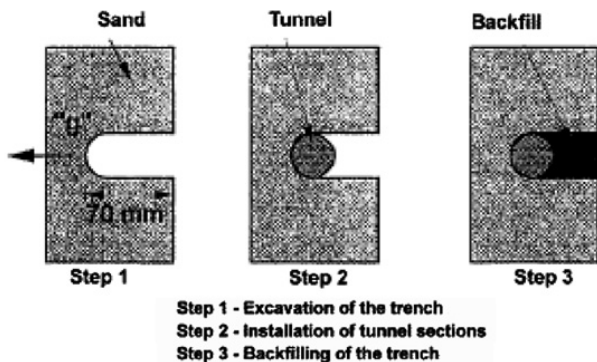
Slika 10. Efekat slojeva nadsloja na pomeranja tla usled izgradnje tunelskog objekta (Hagiwara et al., 1999)
Figure 10. Effect of overlying strata on ground movement induced by tunneling (Hagiwara et al., 1999)

- The problem of tunnelling in a multi-layer ground was studied by Hagiwara et al. (1999). A series of centrifuge tests of model tunnels in clay overlain by a sand layer was conducted. The soil sample was prepared by consolidating kaolin clay to a vertical pressure of 500 kPa in a plane strain box (550 mm x 200 mm). The tunnel cavity was cut through the clay and was lined with a latex rubber bag whose air pressure could be controlled. A schematic test setup is shown in Fig. 10. The figure also shows the settlement troughs at the surface and at the sand/clay interface. It was found that the type and stiffness of the upper sand strata has a significant effect on the movement of the lower clay layer



3.4 Stiropor i organski rastvarači

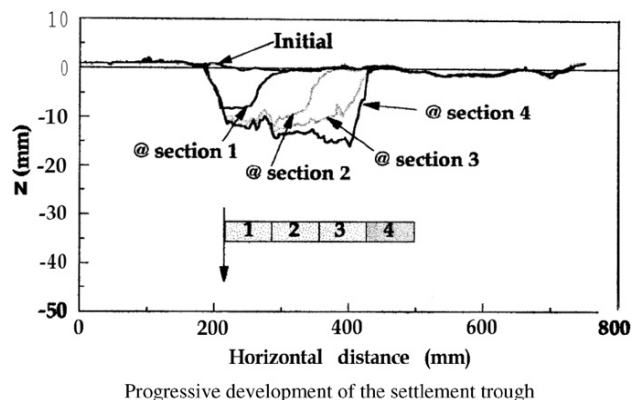
Ovaj metod predložili su Sharma et al. (2001) radi simulacije iskopa tunela u centrifugi (sl.11). Model tunelske cevi izvesne krutosti, od polistirenske pene (stiropora), ukopan je u model tla od suvog peska ($D_{50} = 0,43$ mm). Kada je izložen dejstvu organskog rastvarača,



Installation of a model tunnel section in sand

3.4 Polystyrene foam and organic solvent

This method was developed by Sharma et al. (2001) to simulate tunnel excavation in a centrifuge (Fig.11). A stiff tube of polystyrene foam is buried in the soil of dry sand ($D_{50} = 0.43$ mm). Once exposed to an organic solvent the foam dissolves quickly. The stress reduction



Slika 11. Primena polistirenske pene u modeliranju tunelskog iskopa (Sharma et al., 2001)
Figure 11. The use of polystyrene foam in modeling the tunnel excavation (Sharma et al., 2001)

stiropor biva rastvoren za veoma kratko vreme. Upravo je to svojstvo stiropora iskorišćeno za simulaciju napredovanja radova na iskopu tunelskog otvora. U svrhu simuliranja obloge, stiropor je obmotan teškom mesinganom folijom, a svaki potencijalni zazor između stiropora i folije ispunjen je smesom za zalivanje spojnicama od silikonske gume. Ovaj pristup pokazao je manje zadovoljavajuće rezultate u slučaju iskopa tunela pod vodom.

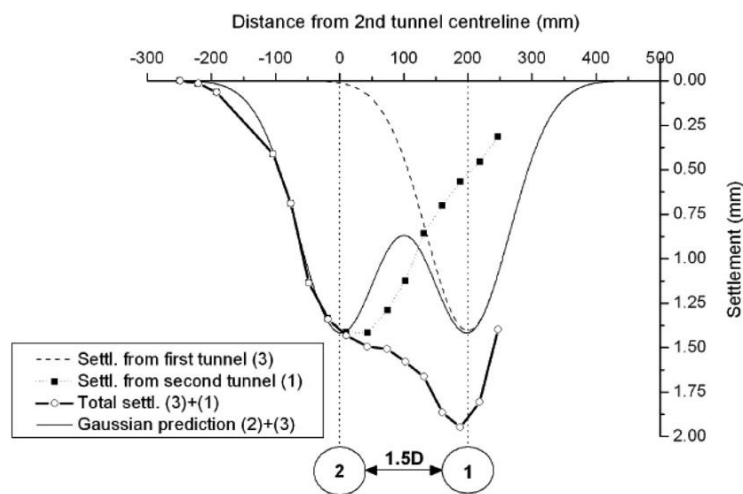
3.5 Bušenje tla

U ovom pristupu modeliranja primenjuje se mala bušilica za tlo, za iskop modela tunelskog objekta u glinenom materijalu. Tlo je pod odgovarajućim pritiskom konsolidovano u kontejneru aparata. Po završenoj konsolidaciji gline, iskopan je tunel bušilicom i naneta je obloga. Test je izveden u 1g uslovima. Vodena membrana upotrebljena je kao dodatno opterećenje na površini terena. Na slici 12 prikazana su sleganja tla kao posledica izgradnje dva paralelna tunelska objekta. Primena superpozicije individualnih Gausovih krivih u predviđanju sleganja tla iznad dva paralelna tunelska iskopa predstavlja realan prikaz pomeranja glinovitog tla.

induced as the foam dissolves is used to simulate the unloading condition experienced during tunnel excavation. To simulate the lining, the foam was wrapped with hard brass foil; any gaps between the polystyrene foam and the brass were filled in with a silicone rubber sealant. Results were less satisfactory when the excavation was simulated under water.

3.5 Soil augering

This method involves the use of a small soil auger to excavate a model tunnel in a reconstituted or natural clay material. Soil is typically consolidated in a tank under a specified consolidation pressure. An auger is then used to bore through the soil and lining is installed. The tests were conducted under 1g condition. A water bag is used to provide surcharge pressure on the soil surface. The settlement trough resulting from the construction of two parallel tunnels is shown in Fig. 12. It was concluded that simply summing individual Gaussian curves to predict the settlement above closely spaced tunnels provides a true reflection of the ground movements in clay soils.



Individual settlement troughs generated by the construction of the two tunnels

Slika 12. Eksperimentalna istraživanja višestrukih tunelskih otvora u glini (Champan et al., 2006)
Figure 12. Experimental investigation of multi-tunnel construction in clay (Champan et al., 2006)

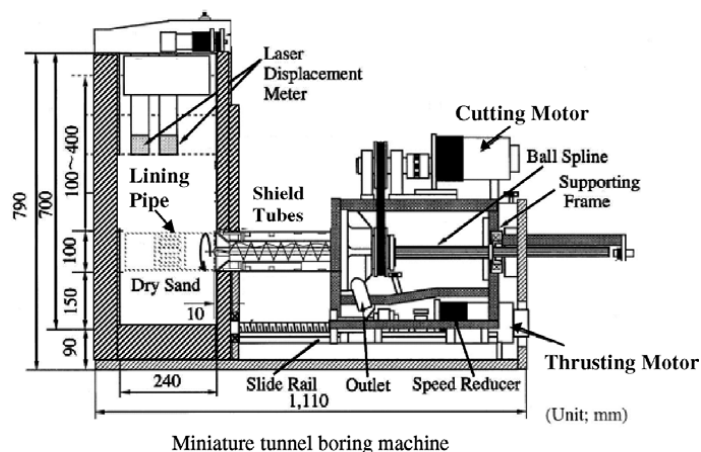
3.6 Minijaturna iskopna mehanizacija

Nomoto et al. (1999) razvili su minijaturni model iskopne mehanizacije (TBM), kojom se modelira proces iskopa tunela tzv. metodom štita. Kao što je prikazano na slici 13, štiti čine tri cevi: cev od nerđajućeg čelika, prečnika 100 mm, s pužastim transporterom i iskopnom glavom kojom se obavlja iskop tla, zatim srednja cev, prečnika 96 mm, koja služi kao tunelska obloga, i na kraju cev od nerđajućeg čelika, prečnika 100 mm, kao simulacija porozne formacije. Mobilni deo mehanizacije pokreću dva motora – jedan za potiskivanje mehanizacije

3.6 Miniature tunnel boring machine

Nomoto et al. (1999) developed a miniature tunnel boring machine (TBM) to simulate the process of shield tunnelling. As shown in Fig. 13, the shield consists of three tubes: a 100 mm diameter stainless steel tube houses a spiral conveyor with a cutting head to excavate soils, a middle tube of diameter 96 mm that serves as the tunnel lining, and a 100 mm diameter stainless steel pipe to simulate the tail void formation. The driving part is made up of two motors, one for the forward advancement of the shield and for removing the tail void tube, the

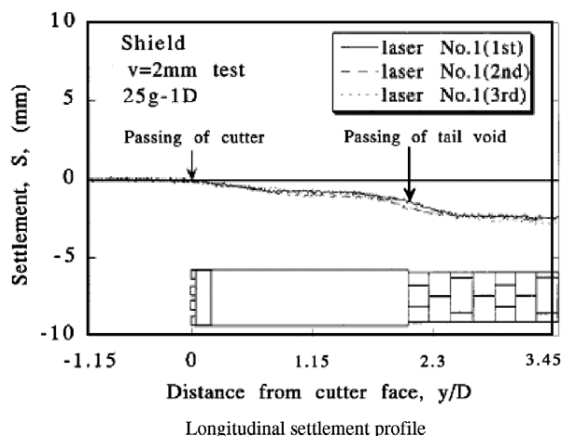
u pravcu napredovanja iskopa, a drugi za pokretanje štita prilikom iskopa. Tlo i sistem za merenje pomeranja smešteni su u čeličnu kutiju od nerđajućeg čelika, dimenzija 240 x 700 x 700 mm. Iskopna mehanizacija formira tunelski otvor prečnika 100 mm, a test je sproveden u centrifuzi usled maksimalnog ubrzanja od 25g.



Miniature tunnel boring machine

Slika 13. Minijturni model metalnog štita za iskop tunelskog objekta (Nomoto et al., 1999)
Figure 13. Miniature shield tunneling machine (Nomoto et al., 1999)

other for driving the excavation cutter. A 240 x 700 x 700 mm stainless steel box houses the soil and the displacement measurement system. The machine has been used to test a 100 mm diameter tunnel in a centrifuge under a maximum acceleration of 25g.

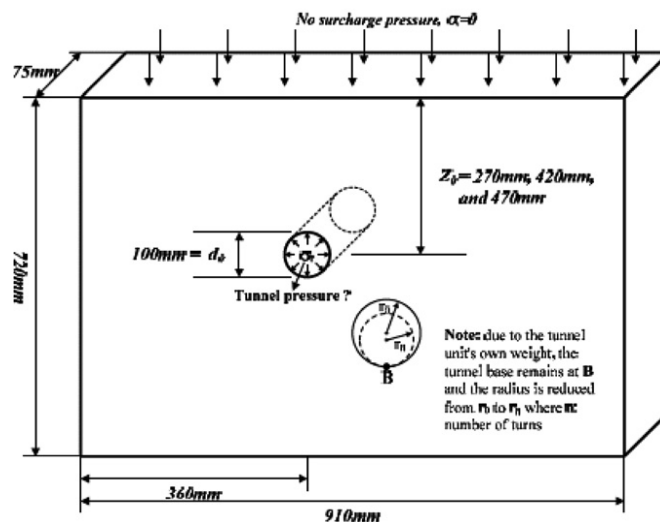
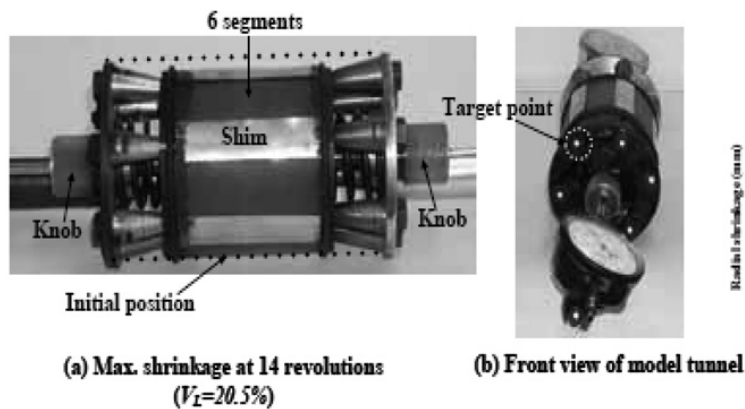


3.7 Metoda mehaničkog prilagođavanja prečnika tunelskog iskopa

Lee i Yoo (2006) istraživali su ponašanje tunela u neposrednoj blizini grupe šipova, u 1g uslovima. U ovom 2D eksperimentu korišćene su aluminijumske šipke različitih prečnika (2 mm, 3 mm, 6 mm, 9 mm, 12 i 20 mm) i dužine 75 mm. One predstavljaju model dobro granulisanog, idealizovanog zrnastog materijala u uslovima ravnih deformacija. Slika 14 prikazuje uređaj kojim se, tokom iskopa tunelskog objekta, obezbeđuje željeni gubitak kubature. Ovaj uređaj je prečnika 100 mm i sastoji se iz šest segmenata koji obrazuju cilindričnu formu. Segmenti mogu da se uvlače jedan u drugi pritiskom na dugme, čime se postiže postepeno smanjivanje početne veličine prečnika tunela.

3.7 Method of mechanically adjustable tunnel diameter

Lee and Yoo (2006) investigated the behaviour of a tunnel adjacent to a row of loaded piles under 1g conditions. The 2D model test utilized a multi-sized aluminium rod mixture of various diameters (2 mm, 3 mm, 6 mm, 9 mm, 12 mm and 20 mm) with 75 mm in length. It represented a well graded, idealized granular material under plane strain conditions. Fig. 14 shows the tunnelling device that can be adjusted to provide the desired volume loss. The model is 100 mm in diameter and consists of six segments forming a cylindrical shape. The segments can move inward by adjusting a mechanical knob to incrementally reduce the initial tunnel diameter.



Slika 14. Simuliranje iskopa tunela prilagođavanjem prečnika otvora (Lee and Yoo, 2006)
 Figure 14. Modeling bored tunnel using an adjustable device (Lee and Yoo, 2006)

4 ZAKLJUČAK

Fizički modeli obezbeđuju podatke koji mogu da posluže za potvrdu ili kalibraciju numeričkih modela. Testiranja na redukovanim modelima u 1g uslovima omogućuju punu kontrolu nad metodom iskopa tunela, međutim, ne mogu precizno i tačno da simuliraju stanje *in situ* napona. Testovi sa centrifugom omogućuju daleko realniju simulaciju *in situ* napona, ali zato izrada tunelskog otvora mora biti maksimalno pojednostavljena. Stoga, neophodna su dalja istraživanja radi poboljšanja postojećih tehnika, kao i razvoja novih metoda, koji bi omogućili što realniju simulaciju iskopa tunelskog otvora [12-15].

U tabeli 1 daje se pregled prednosti i nedostataka prethodno opisanih tehnika modeliranja, njihovim međusobnim poređenjem.

4 CONCLUSION

Physical models can provide data that can validate and calibrate numerical models. Reduced scale tests under 1g conditions provide full control over the excavation method. However, they fail to accurately simulate the *in situ* stress conditions. Centrifuge testing makes a more realistic simulation of *in situ* stresses possible but the tunnel construction process has to be simplified. Further experimental research is, therefore, needed to enhance the existing techniques and to develop new methods that allow one to simulate actual tunnel construction [12-15].

Table 1 summarizes the advantages and shortcomings of the modelling techniques discussed above.

Tabela 1: Upoređivanje karakteristika eksperimentalnih metoda

METODA	PREDNOSTI I PRIMENE	NEDOSTACI
<i>trap door sistem</i>	<ul style="list-style-type: none"> - procena sleganja tla i pritiska na <i>trap door</i> kojima se simuliraju pomeranje tla usled iskopa tunela i naponi u tunelskoj oblozi - 2D i 3D testovi u uslovima 1 g i centrifugi 	<ul style="list-style-type: none"> - nemogućnost simuliranja realnog iskopa tunela - samo približna procena sleganja tla i napona u tunelskoj oblozi
<i>rigidna cev s fleksibilnim čelom</i>	<ul style="list-style-type: none"> - studija mehanizma loma i stabilnosti čeonog profila tunelskih objekata - testiranja u uslovima 1g i centrifugi 	<ul style="list-style-type: none"> - ne daje informacije o sleganjima tla iza čeonog dela tunelskog objekta
<i>vazдушna membrana pod pritiskom</i>	<ul style="list-style-type: none"> - 2D i 3D testovi u uslovima 1g i centrifugi - studija stabilnosti tunela i izazvanih deformacija tla oko tunela 	<ul style="list-style-type: none"> - primena isključivo u slučaju neobloženih tunela - nema simulacije izrade čeonog dela tunela
<i>stiropor i organski rastvarači</i>	<ul style="list-style-type: none"> - testiranja u uslovima velikih ubrzanja u centrifugi - simulacija izgradnje tunela 	<ul style="list-style-type: none"> - manje zadovoljavajući rezultati u uslovima iskopa tunelskog profila ispod vode
<i>bušenje tla</i>	<ul style="list-style-type: none"> - simulacija iskopa tunelskog otvora - jednostavna za izvođenje 	<ul style="list-style-type: none"> - primena isključivo u koherentnim vrstama tla - zahteva korišćenje opreme za bušenje - testovi samo u 1g uslovima
<i>minijaturna iskopna mehanizacija</i>	<ul style="list-style-type: none"> - testiranja u centrifugi - simulacija kompletne izgradnje tunela 	<ul style="list-style-type: none"> - veliki troškovi - limitirano gravitaciono ubrzanje (do 25 g) koje može biti ostvareno u centrifugi
<i>mehaničko prilagođavanje prečnika tunela</i>	<ul style="list-style-type: none"> - 2D simulacija procesa iskopa tunelskog profila - jednostavna za izvođenje 	<ul style="list-style-type: none"> - manuelna kontrola - ograničena primena samo na 2D modele u 1g uslovima testiranja

Table 1: Comparison of characteristics of the experimental techniques

METHOD	ADVANTAGES AND APPLICATIONS	DISADVANTAGES
<i>trap door method</i>	<ul style="list-style-type: none"> - used to evaluate surface settlement and pressure on the trap door simulating tunneling induced movement and lining stresses - both 2D and 3D ground movement resulting from tunnel excavation can be evaluated under 1g and centrifuge conditions 	<ul style="list-style-type: none"> - fails to simulate the actual tunneling process - only approximate estimate of the surface settlement and lining stresses can be obtained
<i>rigid tube with flexible face</i>	<ul style="list-style-type: none"> - used to study failure mechanisms, face stability of shallow tunnels - tests can be conducted under 1g and centrifuge conditions 	<ul style="list-style-type: none"> - fails to provide information on the surface settlement behind the tunnel face
<i>pressurized air bag</i>	<ul style="list-style-type: none"> - 2D and 3D tests that can be conducted under both 1g and centrifuge conditions - used to study tunnel stability and induced ground movements around tunnels 	<ul style="list-style-type: none"> - used mostly for unlined tunnels - fails to simulate the tunnel face advance
<i>polystyrene foam and organic solvent</i>	<ul style="list-style-type: none"> - can be conducted in a centrifuge - simulates the tunnel advance process 	<ul style="list-style-type: none"> - results were less satisfactory when the excavation was simulated under water
<i>soil augering</i>	<ul style="list-style-type: none"> - simulates the tunnel advance process - easy to operate 	<ul style="list-style-type: none"> - used mostly for cohesive soils - insertion of a shield is usually required - 1g only, not easily mechanized for a centrifuge
<i>miniature TBM</i>	<ul style="list-style-type: none"> - conducted in a centrifuge - simulates the complete tunneling process 	<ul style="list-style-type: none"> - expensive - limited gravitational acceleration (up to 25g) may be applied in centrifuge
<i>mechanically adjustable tunnel diameter</i>	<ul style="list-style-type: none"> - simulates the 2D tunnel excavation process - simple to operate 	<ul style="list-style-type: none"> - manually controlled - limited to 2D models under 1g condition

ZAHVALNOST

Ovo istraživanje podržalo je Ministarstvo prosvete i nauke Republike Srbije u okviru naučno-istaživačkih projekata TR 36028 i TR 36043.

ACKNOWLEDGEMENT

This research is supported by Ministry of Education and Science of Republic of Serbia, in the scope of the scientific-research projects TR 36028 and TR 36043.

5 LITERATURA REFERENCES

- [1] Meguid M.A., Saada O., Nunes M.A., Mattar J.: *Physical modeling of tunnels in soft ground: A review*, Tunneling and Underground Space Technology 23 (2008), pp.185-198
- [2] Bin-Lin Chu, Sung-Chi Hsu, Yi-Long Chang, Yeong-Shyang Lin: *Mechanical behaviour of a twin-tunnel in multi-layered formations*, Tunneling and Underground Space Technology 22 (2007), pp.351-362
- [3] Augarde C.E. et al.: Some experiences of modeling tunneling in soft ground using three-dimensional finite elements (10 pages)
- [4] Augarde C.E. et al.: *A three-dimensional finite element model of tunneling*, Numerical models in geomechanics NUMOG V, Rotterdam, 1995, pp.457-462
- [5] Karakus M.: Appraising the methods accounting for 3D tunneling effects in 2D plane strain FE analysis, Tunneling and Underground Space Technology 22 (2007), pp.47-56
- [6] Zlatanović E., Lukić D., Prokić A.: *Eksperimentalna istraživanja u geotehničkom zemljotresnom inženjerstvu*, Zbornik radova sa prvog nacionalnog simpozijuma sa međunarodnim učešćem "Teorijska i eksperimentalna istraživanja konstrukcija i njihova primena u građevinarstvu - TEIK 2010", Niš, Srbija, 18.-19. mart 2010, str.D-49 - D-60 (knjiga 3)
- [7] Zlatanović E., Lukić D., Prokić A.: *Measuring methods and equipment in construction and serviceability period of tunnel structures*, III Symposium of Macedonian Association for Geotechnics, Struga, Republic of Macedonia, June 24-26, 2010, pp.31-38
- [8] Zlatanović E.: *Jet Grouting*, Materijali i konstrukcije 52, br. 1, Beograd, 2009, str. 82-90
- [9] Tomanović Z.: Očvršćavanje meke stijene nakon dugotrajnog pritiska i omekšanje pod dejstvom cikličnog opterećenja, Materijali i konstrukcije 52, br.2, Beograd, 2009, str. 3-15
- [10] Vukićević M.: Primena numeričke integracije napona kod elastoplastičnih modela za tlo u analizi geotehničkih konstrukcija MKE, Materijali i konstrukcije 51, br.4, Beograd, 2008, str. 81-87
- [11] Tomanović Z.: *Reološki model puzanja matriksa meke stijene*, Materijali i konstrukcije 50, br.1-2, Beograd, 2007, str. 3-19
- [12] Lukić D., Prokić A., Zlatanović E.: *Analiza interakcije tunela, tla i šipa*, Zbornik radova četvrtog naučno-stručnog savetovanja: Geotehnički aspekti građevinarstva, Zlatibor, 2011, str.407-413
- [13] Zlatanović E., Lukić D.: *Važni aspekti seizmičke analize dva paralelna bliska tunelska objekta na vibro-platforni*, Časopis Izgradnja 64, 2010, No. 5-6/2010, str. 372-382
- [14] Lukić D., Zlatanović E.: *Ruling parameters for seismic analysis of twin-tunnels*, International conference on earthquake engineering BE40CE, Book: Planning, design, construction and rehabilitation of buildings and other engineering facilities in seismically active areas, Banja Luka 2009, pp. 395-406
- [15] Zlatanović E., Lukić D.: *Numerical study of a shield tunnel driven in soft saturated soil with respect to earthquake loading*, 14th European Conference on Earthquake Engineering - 14ECEE, Macedonian Association for Earthquake Engineering (MAEE) & European Association for Earthquake Engineering (EAEE), List of reviewed and accepted papers (page 47 of 48), RegID 500, Ohrid, 2010, AbsID 725

REZIME

FIZIČKI MODELI TUNELSKIH OBJEKATA U EKSPERIMENTALNIM ISTRAŽIVANJIMA – I deo: Tehnike modeliranja iskopa tunelskih objekata

Elefterija ZLATANOVIĆ
Dragan LUKIĆ
Aleksandar PROKIĆ

Iako su se s razvojem kompjuterske tehnike pojavile mnogobrojne numeričke i analitičke metode istraživanja u tunelogradnji, inženjeri geotehnike i istraživači ipak pretežno pribegavaju ispitivanjima na fizičkim modelima, s ciljem razumevanja različitih fenomena u izgradnji tunelskih objekata, pre svega načina nastajanja deformacija i mehanizma loma. Ova ispitivanja mogu biti sprovedena ili u uslovima 1g ubrzanja ili u centrifugi. U prvom delu ovog rada daje se prikaz tehnika modeliranja iskopa tunelskih objekata.

Ključne reči: tunelogradnja, fizički modeli, laboratorijska ispitivanja, tehnike modeliranja iskopa

SUMMARY

PHYSICAL MODELING OF TUNNEL STRUCTURES IN EXPERIMENTAL TESTS – Part I: Modelling techniques of tunnel excavation

Elefterija ZLATANOVIĆ
Dragan LUKIĆ
Aleksandar PROKIĆ

Although advances in computational techniques have led to extensive numerical and analytical tunnelling research, geotechnical engineering researchers depend heavily on physical modelling to understand different phenomena related to tunnelling, such as deformation patterns and failure mechanisms. Tests are usually conducted under 1g conditions or in a centrifuge. In the first part of this paper a variety of modelling techniques of tunnelling have been proposed.

Keywords tunnelling, physical modelling, laboratory model tests, modelling techniques of tunnel excavation

OCENA UTICAJA KOLIČINE VAZDUHA NA ČVRSTOĆU BETONA KLASIČNIM PRISTUPOM I NEURONSKIM MREŽAMA

EVALUATION OF AIR CONTENT ON CONCRETE COMPRESSIVE STRENGTH WITH CLASSICAL APPROACH AND NEURAL NETWORKS

Dragan BOJOVIĆ
Dragan NIKOLIĆ
Ksenija JANKOVIĆ
Ljiljana LONČAR

ORIGINALNI NAUČNI RAD
UDK: 620.173:691.32 = 861

1 UVOD

Od kada je uvlačenje vazduha u beton prvi put otkriveno, sredinom tridesetih godina prošlog veka, koncept aeriranog betona postao je pravilo, a ne izuzetak za beton u hladnim klimatskim područjima. Uvlačenje je otkriveno sasvim slučajno, kada je u proizvodnji cementa korišćen intenzifikator mlevenja da bi se poboljšala finoća mliva. Hemijski uvučen vazduh u beton unapredio je otpornost betona na dejstvo mraza, a aditivi aeranti pokazali su se u dužem periodu veoma uspešnim u unapređivanju otpornosti betona na zamrzavanje i odmrzavanje, kako njegove unutrašnje strukture, tako i njegove površine. Ipak, ovaj uspeh nije došao bez osporavanja, a i današnji proizvođači betona se bore s kontrolom količine vazduha u betonu i mnogim faktorima koji utiču na vazduh u betonu. Za celovito razumevanje složenosti uvlačenja vazduha u beton i za primenu u praksi, potrebno je u potpunosti shvatiti njegov mehanizam.

Zamrzavanje i odmrzavanje indukuje ciklične promene u zapremini betona, koje izazivaju njegovo cepanje, ljuštenje i pucanje. Uvučeni vazduh može unaprediti trajnost betona. Njegov najveći doprinos jeste u povećanju zaštite protiv zamrzavanja i odmrzavanja u prisustvu soli za odmrzavanje. Vazduh u betonu postoji

Dragan Bojović, istraživač saradnik, mr, Institut IMS, Beograd, Srbija, dragan.bojovic@institutims.rs
Dragan Nikolić, istraživač saradnik, mr, Institut IMS, Beograd, Srbija, dragan.nikolic@institutims.rs
Ksenija Janković, viši naučni saradnik, dr, Institut IMS, Beograd, Srbija, ksenija.jankovic@institutims.rs
Ljiljana Lončar, stručni savetnik, dipl.građ.inž., Institut IMS, Beograd, Srbija, ljiljana.loncar@institutims.rs

1 INTRODUCTION

Ever since air entrainment was first discovered (by accident) in the mid-1930s, the concept of air-entrained concrete has become a rule, and not the exception in cold climate concreting. Discovered by chance when a grinding aid used to enhance cement grinding ended up chemically entraining air in concrete and improving frost resistance in the field, air-entraining agents have had years of success in improving resistance to freezing and thawing damage (due to both internal distress and salt scaling). However, this success has not come without some turmoil as even today concrete producers wrestle with controlling air content in concrete, and the list of factors affecting air entrainment. To fully understand the complexities of air entrainment, and more importantly, to apply this in practice, the mechanisms of air entrainment must first be understood.

Freeze-thaw action induces cyclic changes in concrete volume resulting in spalling, scaling, and cracking. Air entrainment can enhance the durability of concrete. It results in increased protection against frost action and deicing salt deterioration. Air exists in concrete in various different forms: aggregate pores, capillary voids, entrained air bubbles, entrapped air voids, and fractures. Aggregate pores are of submicroscopical

Dragan Bojovic, resea.assis.,MSc, Institute IMS, Belgrade, Serbia, dragan.bojovic@institutims.rs
Dragan Nikolic, resea.assis.,MSc, Institute IMS, Belgrade, Serbia, dragan.nikolic@institutims.rs
Ksenija Jankovic, senior Resea.fellow, PhD, Institute IMS, Belgrade, Serbia, ksenija.jankovic@institutims.rs
Ljiljana Loncar, BScCE, Institute IMS, Belgrade, Serbia, ljiljana.loncar@institutims.rs

u mnogo različitih formi: pore u agregatu, kapilarne probe, uvučeni vazdušni mehuri, zarobljeni vazduh i pukotine u unutrašnjoj strukturi. Pore u agregatu veoma su sitne i postoje u svakom agregatu. Te pore ne utiču na trajnost betona. Kapilarne pore predstavljaju prostore koji nisu ispunjeni čvrstim komponentama hidratirane cementne paste. U dosta hidratisanom cementu s niskim w/c odnosom, kapilarne pore su veličine od 10 do 50 nm; kada su u pitanju veći w/c odnosi u ranim starostima kapilarne pore mogu biti veličine od 3 do 5 μm. Mehurići uvučenog vazduha od 0.05 do 1 mm u prečniku mogu se proizvesti u betonu dodavanjem male količine aditiva aeranata. Ti sferični mehurovi se dobro raspoređuju u hidratiranoj cementnoj pasti, povećavajući otpornost na zamrzavanje i odmrzavanje. Da bi se osigurala adekvatna otpornost na zamrzavanje i odmrzavanje, faktor razmaka ne bi trebalo da prelazi vrednost od 0.2 [4]. Faktor razmaka pora definisan je kao srednja vrednost maksimalnog razmaka od hidratirane paste do ivice pore. Što je manji faktor razmaka pora, to je beton trajniji. Veći mehurovi zarobljenog vazduha, veličine od 1 do 4 mm, mogu se formirati za vreme ugradnje i zbijanja betona. Mikroprslina i prslina mogu nastati u betonu od opterećivanja betona ili od skupljanja prilikom sušenja.

Postoji više standardnih metoda za određivanje količine uvučenog vazduha u svežem i očvrslom betonu. Gravimetrijska (ASTM-C138), volumetrijska (ASTM-C173) i metoda putem pritiska (ASTM-C231) mogu se koristiti za određivanje srednje količine vazduha u svežem betonu. Ipak, sve tri metode ne mogu nam obezbediti informacije o veličini i distribuciji pora. Mikroskopske analize se mogu koristiti za merenje dimenzija specifične površine, faktora razmaka i odnosa vazduh/pasta u očvrslom betonu.

2 UTICAJ UVUČENOG VAZDUHA NA ČVRSTOĆU PRI PRITISKU

Prateći veoma dugu listu istraživača na ovom polju, Hughes je 1960-tih razmatrao, kao veoma važan, uticaj vazduha u betonu na čvrstoću pri pritisku [1].

U ranim pokušajima da se uključi uticaj vazduha na čvrstoću betona, istraživači nisu razlikovali vazdušne pore i pore od vode i – što je mnogo značajnije – nisu uzimali u račun redukciju pora od vode sa starošću betona koja nastaje usled procesa hidratacije. Popovic [5] jeste razmatrao taj problem i razdvojio je ove efekte uvođenjem modifikacija u istorijsku zavisnost čvrstoće i w/c odnosa:

$$f = \frac{A_0}{B_0^{w/c}} \times 10^{g \times a} \quad (1)$$

gde je **f** čvrstoća betona, **A₀** je faktor u vezi sa cementom, **B₀** je kompozitni faktor starosti betona i agregata i **a** je količina vazduha u betonu u %.

Podatke koje je izneo Popovic [6], ponovo je analizirao mađarski istraživač Ujhelyi i utvrdio da su koeficijenti za **A₀** od 180 i **B₀** od 20 potvrdili koeficijent od 0.038.

Na osnovu tih analiza, dat je teorijski izraz za smanjenje čvrstoće betona.

$$\text{smanjenjecvrstoce\%} = 100 \times (1 - 10^{(0.038 \times a)}) \quad (2)$$

dimensions and exist within particles of aggregate. These voids do not contribute to the durability of concrete. Capillary voids represent the space not filled by the solid components of the hydrated cement paste. In well-hydrated, low water/cement ratio pastes, the capillary voids may range from 10 to 50 nm; in high water/cement ratio pastes, at early ages of hydration, the capillary voids may be as large as 3 to 5 μm. Entrained air bubbles of 0.05 to 1 mm in diameter can be introduced in concrete by adding small amounts of air entraining agents. These spherical bubbles are well spaced in the hydrated cement paste to resist damage due to frost action. To ensure adequate frost protection, the spacing factor should not exceed 0.2 mm [4]. The spacing factor is defined as the average maximum distance from any point in the paste to the edge of a void. The smaller the spacing factor, the more durable the concrete is. Large entrapped air voids from 1 to 4 mm can be formed during compaction and casting. Microcracks and fractures can be induced when the concrete is subjected to loading or drying.

There are several standard methods for determination of air void content in freshly mixed and hardened concrete specimens. Gravimetric (ASTM-C138), volumetric (ASTM-C173), and pressure (ASTM-C231) methods can be used to determine the average air content of freshly mixed concrete. However, these three methods do not provide information on the air void size and spatial distributions. The microscopical determination method SRPS U.M1.056 can be used to measure dimensions, specific surface, spacing factor, and air/paste ratio of the air-void system in hardened concrete.

2 EFFECT OF AIR ON COMPRESSIVE STRENGTH

Following a long line of researchers, Hughes in the 1960s considered it important to include the effects of air voids when considering strength [1].

Early attempts to allow for the effects of air voids on strength did not distinguish air voids from water voids and more particularly did not take into account that the quantity of water voids reduced with age due to hydration whereas air voids were less affected. Popovics [5] has discussed this in considerable detail and has separated the effects by the following modification to the historical formula relating strength to water/cement ratio:

where *f* is strength, *A₀* is a factor for the cement, *B₀* is a composite factor for age at test and for aggregate, *γ* is 0.038 and *a* is the air content %.

Re-analysis of the data quoted by Popovics [6], from a Hungarian paper by Ujhelyi, yielded values of 180 for *A₀*, 20 for *B₀* and confirmed the value of 0.038 for *γ*.

The theoretical curves have the following equation:

Razmatrajući podatke koje je dao Klieger, Popovic je zaključio da je formula primenljiva i za uvučeni i za zarobljeni vazduh u betonu [6].

Ipak, Wright je objavio da za konstantni w/c odnos, smanjenje od 5.5% u čvrstoći za svaki % povećanja količine uvučenog vazduha do 8%, u poređenju sa 7-8% smanjenja čvrstoće za svaki % zarobljenog vazduha prema prethodnim istraživanjima.

Teychenne *et al.* je usvojio vrednost od 5.5% redukcije čvrstoće za svaki procenat vazduha za projektovanje aeriranih betona. Vrednost konstante u formuli za smanjenje čvrstoće treba da bude modifikovana od 0.038 do 0.025, da bi se dobio manji nivo smanjenja čvrstoće.

Na osnovu svega, predložena je generalizovana formula za redukciju čvrstoće.

$$\text{ smanjenjecvrstocel\%} = 100 \times (1 - 10^{(k_1 \times a_1 + k_2 \times a_2)}) \quad (3)$$

gde k_1 je -0.038 za zarobljen vazduh, a_1 je sadržaj zarobljenog vazduha (%), k_2 je -0.015 do -0.038 za uvučen vazduh, veća vrednost se može primeniti za veći procenat vazduha i u slučaju sumnje i a_2 je sadržaj uvučenog vazduha (%).

To je dovelo do mnogo uopštenije formule za čvrstoću pri pritisku:

$$f = \frac{A_0}{B_0^{w/c}} \times 10^{(k_1 \times a_1 + k_2 \times a_2)} \quad (4)$$

Navedena formula razdvaja uticaje zarobljenog i uvučenog vazduha na beton.

3 NEURAL NETWORKS

Neuron je element s više ulaza i jednim izlazom. Veštačke neuronske mreže formiraju se od velikog broja neurona, povezivanjem izlaza i ulaza svih neurona. Neki od neurona u direktnoj su vezi sa okruženjem. Ulazni nivo neuronske mreže prima informacije iz okruženja, dok izlazni neuroni generišu signal za pojedine akcije. Ostali neuroni, koji nisu u direktnoj vezi sa okruženjem, zovu se skriveni i služe za unutrašnju prezentaciju informacija. Najpoznatija arhitektura neuronske mreže jeste svakako slojevita. Neuroni su organizovani u nivoe, a izlaz iz jednog neurona vodi do ulaza svih neurona u sledećem nivou. Neuroni mogu biti statički i dinamički, zavisno od procesa za koji se neuronska mreža koristi [2].

Svaki model neurona je karakterizovan s dve funkcije: a) prva daje zavisnost aktivacionog signala od ulaznih signala – takozvana funkcija interakcije ulaza; b) druga koja definiše uticaj aktivacionog signala na izlaz neurona – aktivaciona funkcija. Šema statičkog neurona prikazana je na slici 1.

Najčešće korišćena jeste linearna funkcija interakcije ulaza, koja aktivacioni signal izražava kao linearnu kombinaciju ulaznih signala prema izrazu (5); takođe, njena forma može biti nelinearna ili plinomnska, kako bi se povećala procesna moć neurona.

In the view of Popovics (1985), based on assessment of data from Klieger, the formula is valid for entrained air as well as for entrapped air.

However, Wright reported that, at constant w/c, 5.5% reduction in air was obtained for each 1% increase in entrained air content up to 8%, compared with a reduction for entrapped air commencing at 7 to 8% reduction for each 1% air.

Teychenne *et al.* adopted a value of 5.5% reduction per 1% air for the design of air entrained concrete. The value of the constant in the formula would need to be modified from -0.038 to -0.025 to accommodate this lower rate of strength reduction.

Thus, a more general formula is proposed for strength reduction as:

where k_1 is -0.038 for entrapped air, a_1 is the entrapped air content (%), k_2 is -0.015 to -0.038 for entrained air, high values may apply to high percentages of air and in case of doubt and a_2 is the entrained air content (%).

Thus leads to more general formula for compressive strength:

which allows for both entrapped and entrained air.

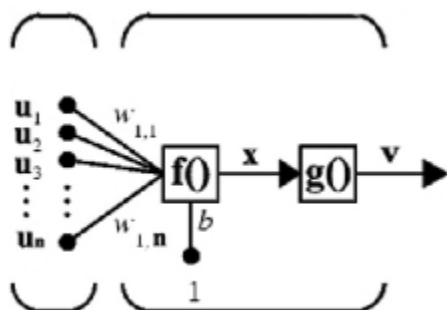
3 NEURAL NETWORKS

Neuron is an element with multiple inputs and one output. Artificial neural network are forming of larger number of neurons connecting the outputs and inputs with each other. A number of neurons is in connection of network with the working environment. Input layer of neurons accept information from the environment, while the output neurons generate the signals for certain actions. Other neurons that are not directly related to the environment, are called hidden and used for internal representation of information about the operating environment. The most famous architecture of neural networks is certainly layered. Neurons are organized to form layers, and the input of one neuron are lead to all of neurons from the previous layer. Neurons can be static or dynamic depending on whether the process and time-varying signals [2].

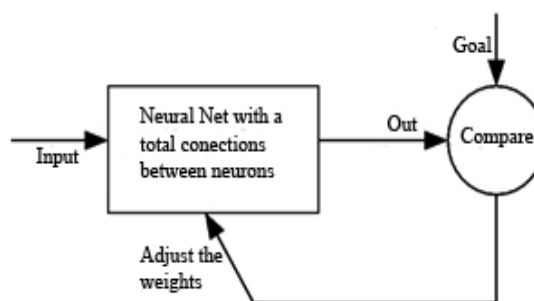
Each model of neurons are characterized by two functions: a) first gives the dependence of the activation signal from the input signal a function of interaction inputs b) other which define the influence of the activation signal to the output of neurons - activation function. Scheme of a static neuron is shown in Figure 1.

Most often used the linear function of the interaction of input with activation signal expressed simply as a linear combination of excitation signals according to expression (5), although their form may be nonlinear or polynomial in order to increase the processing power of neurons.

$$f(u) = \sum_{i=1}^n w_i u_i \quad (5)$$



Slika 1 Shema statičkog neurona
Figure 1. Sheme of static neuron



Slika 2 Ponašanje neuronske mreže
Figure 2. Behavior of neural networks

Pored brojnih različitih funkcija interakcije ulaza, u upotrebi su i različite aktivacione funkcije. Najjednostavnija je linearna aktivaciona funkcija u formi (6), dok je za rešavanje nelinearnih modela najbolje koristiti sigmoidalnu funkciju (7) [3].

$$g(x) = x - q \quad (6)$$

$$g(x) = \frac{1}{1 + e^{-(x-q)}} \quad (7)$$

Neuronske mreže podešavaju se tako da pojedine ulaze procesuiraju u željeni izlaz – ciljnu vrednost. Slika 2 prikazuje generalni pristup neuronskih mreža. Mreža je podešena da poredi izlaz i ciljnu vrednost dok izlazna vrednost iz neuronske mreže ne postigne željenu tačnost ciljne vrednosti. Da bi se postiglo slaganje, nekada je potrebno mnogo parova ulaz-cilj. Taj proces naziva se učenje neuronske mreže.

Model neurona u neuronskoj mreži određuje kako će se transformisati ulazne vrednosti u izlaz mreže. Ta transformacija može se opisati kao računanje.

Učenje neuronske mreže jeste modifikacija ponašanja zasnovana na iskustvu i interakciji sa okruženjem koje vodi ka različitim odgovorima na spoljašnje uticaje. Učenje neuronske mreže zavisi od arhitekture mreže, težinskih koeficijenata, funkcije interakcije ulaza i aktivacione funkcije u neuronima. Prema tome, kada je mreža uspostavljena, promene su veoma teške. Procedure učenja podeljene su u dve grupe: nadgledano i nenadgledano učenje.

Svaka procedura učenja zasnovana je na algoritmima u kojima se funkcija greške formira tako da predstavlja meru razlike između željenog i stvarnog odgovora neuronske mreže. Postoje dva pravila za formiranje funkcije greške: a) pravila zasnovana na korekciji greške; b) mehanizmi koji koriste gradijentna pravila.

4 EKSPERIMENTALNI RAD

Za projektovanje betonskih mešavina korišćena je formula Skremtajeva. Na bazi te formule, usvojen je odgovarajući vodocementni odnos koji zavisi od

Besides many different functions of interaction inputs are in use and different activation functions. The simplest is a linear activation function of the form (6) while for solving nonlinear models for the best use is sigmoidal (7) [3].

Neural networks are generally set to particular input proceed to the certain output value - target. Figure 2 shows the general approach of neural networks. The network are set up to compare the output and target value until output data of neural networks do not coincides with the target value. In order to this data matched in some cases a lot of pair input-target is need. This process is called network training.

Model of neuron in the neural network architecture determine how perform the transformation of input data in the output of the network. This transformation can be described as a kind of computation.

Learning of neural network is a modification of behavior based on experience, and in the interaction with the environment that leads to different responses to external impacts. Learning of neural network depends on network architecture, weights, interactions function and the activation functions in neurons. Therefore when the network is established changes are hardly possible. Procedures for learning are divided in two groups: supervised and unsupervised learning.

Each procedure of learning is based on algorithms for learning in which the error function forming which represents a measure of the difference of desired and real response of neural network. There exist two approaches to the formation of the error function the rules based on correcting errors and mechanisms that use gradient rules.

4 EXPERIMENTAL WORK

For the mix design of concrete was used the formula of Skremtajeva. Based on this formula was adopted the

zahtevane čvrstoće pri pritisku betona, klase cementa i kvaliteta primenjenog agregata. Da bi se odredile količine materijala u mešavini betona, potrebno je usvojiti u prvom koraku količinu vode, a za taj korak usvojena je u praksi široko primenjivana formula Feret (8).

$$m_v = \frac{k_0}{\sqrt[5]{D}} \quad (8)$$

U pomenutoj formuli **D** je maksimalno zrno agregata u mešavini, a **k₀** – parametar koji zavisi od agregata i planirane konzistencije i u granicama je od 330 do 370 za rečni agregat i plastičnu konzistenciju.

Posle projektovanja betonskih mešavina, pristupalo se laboratorijskim probama. Sve laboratorijske probe su urađene u mešalicama s vertikalnom osovinom i planetarnim sistemom mešanja u količini od 60 do 100 l svežeg betona.

Prethodno osušen agregat, cement i voda mereni su uvek na istoj vagi. Temperatura i vlažnost bili su u skladom propisanim granicama, a sve to zahvaljujući klimatizaciji prostorije u kojoj su se izvodile probe. Beton je u kalupima zbijan s vibroglom prečnika Ø20 mm, a korišćeni su kalupi za kocke ivice 15 cm. Posle ugradnje, uzorci bi odležali 24 sata u uslovima u kojima su izrađivani i nakon toga su vađeni iz kalupa i stavljeni u vodu na temperaturu od 18 do 22°C do momenta ispitivanja.

Posle predviđenog odležavanja, uzorci su ispitivani na hidrauličnim presama kapaciteta od 1000 do 3000 kN, zavisno od klase betona koja se očekuje.

Baza podataka formirana je na osnovu prethodnih laboratorijskih ispitivanja betona u Institutu IMS u periodu od 2009. do 2011. godine. Za to vreme, rađene su prethodne laboratorijske probe sa cementima triju proizvođača s teritorije Srbije. Korišćena su tri tipa cementa – CEM II A/S, CEM II A/M(S-L), CEM II B/M(S-L) klase čvrstoće 42.5. Masa cementa po m³ bila je u granicama od 250 do 500 kg. Kao agregat korišćen je rečni agregat iz Srbije.

Na svakom formularu za prethodna ispitivanja beleženi su podaci o količini materijala za probu. Takođe, prikazani su mereni parametri za vreme izrade prethodnih proba, kao što su sleganje na Abramsovom konusu, ukupna količina vazduha u betonu, zapreminska masa svežeg betona, temeperature betona i okoline. Ukupno je razmatrano 97 prethodnih proba.

Podaci su obrađivani u dva nivoa. U prvom, baza podataka obrađivana je klasičnim metodama, primenom formule (1) s vrednostima koeficijenta 180 za A₀, 20 za B₀ i vrednost 0.038 je zadržana za eksponencijalnu vrednost. U drugom nivou, neuronskim mrežama razmatrana je ista baza, tako što su napravljeni modeli s jednim ili sa dva skrivena sloja. Neuronske mreže napravljene su tako da ulazni i izlazni slojevi imaju linearne aktivacione funkcije, dok je za skrivene neurone korišćen za aktivacionu funkciju tangens hiperbolički (zbog jednostavnih izvoda). U izlaznom sloju je jedan neuron u svim modelima neuronske mreže, jer je izlaz iz mreže čvrstoća pri pritisku u starosti od 28 dana.

Kao kvantitativni pokazatelji za ocenu pristupa korišćeni su: a) standardna devijacija greške – standardna devijacija razlika dobijenih rezultata i

appropriate water-cement ratio, which obtained on the basis of the required compressive strength of concrete, cement class and quality of aggregates. In order to determine the quantity of materials in the mixtures is necessary to adopt the amount of water and in this case has been adopted in accordance with the Feret formula (8).

where **D** – maximum grain size of aggregate, **k₀** – parameter that depends of aggregate and planned consistency in the range from 330 to 370 for river aggregate and plastic consistency.

After mix design of concrete trial laboratory mix was done. All concretes were made in a mixer with the vertical axis and the planetary mixing concrete in a quantity from 60 to 100l of fresh concrete.

Pre-dried aggregate, cement and water were measured on the same scale. Temperature and humidity are always in the same limits as ensured with air-conditioners. The concrete compacted with vibrator Ø20 mm in the metal molds 15 cm cube. After compacting the molded samples settle for 24 hours under the conditions of mixing concrete and then removed from the mold and kept in water until the moment of testing at temperature from 18 to 22°C.

After the scheduled aging samples are tested on hydraulic presses from 1000 to 3000kN depend on the class of concrete that was expected.

The database was formed based on previous laboratory tests of concrete in the IMS Institute on the period 2009-2011 years. During this period conducted a laboratory trial mix of concrete with cements from 3 different producers from the territory of Serbia. There were 3 types of cement CEM II A/S, CEM II A/M(S-L), CEM II B/M(S-L) and all cements were strength class 42.5. Mass of cement per cubic m of concrete was in range of 250 to 500 kg. As the aggregate were used in all concretes river aggregate from Serbia.

On each form of trial mix are given the presumed amount of material per cubic meter volume of concrete. Also provide the parameters that are measured during the development of laboratory trial mix tests such as the slump of concrete on Abrams cone, total amount of air, the measured density of fresh concrete, the temperature of the room and the temperature of concrete. A total of 97 previous tests was taken to the processing.

Data processing was performed in two stages. In first stage, database was considered with classical approach with formula (1) and values of 180 for A₀, 20 for B₀ and the value of 0.038 for γ. In neural network stage, the models with one and with two hidden layers were considered and formed. The common fact for all models is that in the input and output layer, the neurons with linear activation function were used, and in the hidden layers were used the neurons with activation function of hyperbolic tangent (because of very simple derivatives). In the output layer, there was one neuron in all models, because the network output is the compressive strength at the age of 28 days.

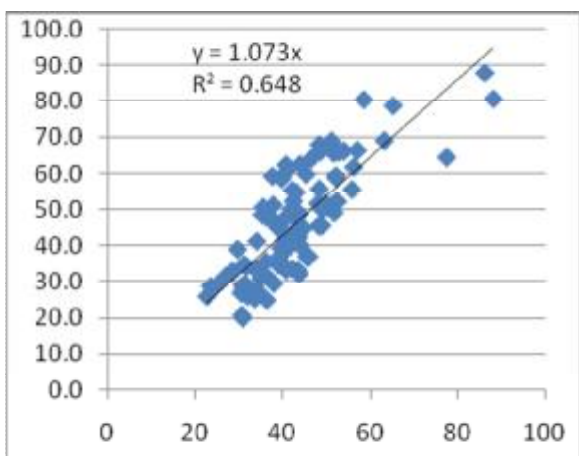
Quantitative indicators for determining which approach is better for actual use are (a) standard error deviation – standard deviation of difference between the

stvarnih rezultata čvrstoće pri pritisku; b) tačnost dobijenih rezultata pri pouzdanosti od 95.4% – koja je računata na bazi standardne devijacije greške. Ovi indikatori prikazani su u tabeli 1 za klasičan pristup i pristup koji koristi neuronske mreže. Na slikama 3 i 4 prikazan je odnos dobijenih i stvarnih rezultata čvrstoće pri pritisku. Na istim dijagramima date su najbolje linearne aproksimacije, kao i kvadrat korelacionog faktora.

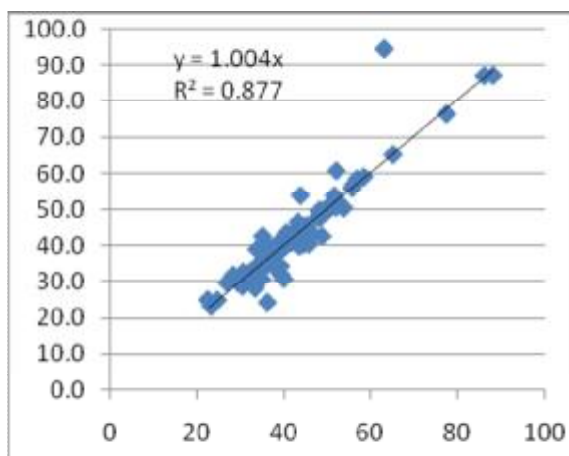
obtained results of compressive strength and real results of compressive strength ($f_{c,28}$) and (b) accuracy of obtained results at reliability of 95.4% - which is calculated on the basis of standard error deviation. This indicators are presented in table 1 for classical approach and for neural network approach. In Figure 3 and 4 is provided the relationship of obtained and real results of compressive strength. On the same figures are given the best trend line functions and square correlation factor.

Table 1. Rezultati dobijeni različitim pristupima
Table 1. Results obtained with different approach

	Standardna devijacija greške (Standard deviation of error) (N/mm ²)	Tačnost pri pouzdanosti od 95.4% (Accuracy at reliability of 95.4%) (N/mm ²)
Klasični pristup (Classical Approach)	8.8	17.6
Neuronske mreže (Neural Network Approach)	4.4	8.8



Slika 3. Klasični pristup
Figure 3. Classical approach



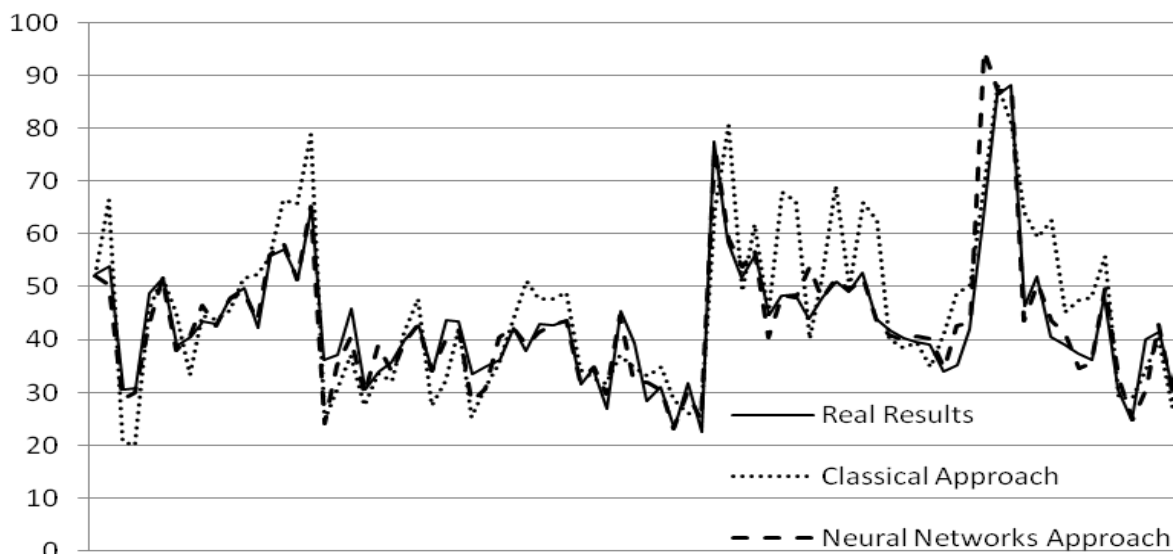
Slika 4. Pristup neuronskim mrežama
Figure 4. Neural network approach

5 ANALIZA I ZAKLJUČCI

Da bi se napravila jasna slika dobijenih rezultata, formiran je dijagram na kome su paralelno prikazani rezultati dobijeni sa oba pristupa i stvarno dobijeni rezultati. Taj dijagram prikazan je na slici 5. Jasno se vidi da je pristup s neuronskim mrežama bliži stvarnim rezultatima od rezultata dobijenih klasičnim pristupom sa usvojenim koeficijentima u formuli. Jasne razlike između rezultata dobijenih klasičnim pristupom i stvarnih rezultata moguće je opravdati činjenicama da su u bazi podataka bili rezultati s tri tipa cementa i da su skoro u svim probama korišćeni super plastifikatori.

5 ANALYSIS AND CONCLUSIONS

To make a difference in the results obtained provide clearer set up a diagram of the results obtained with both approaches and real results for each test. This diagram is shown in Figure 5. It is clear that the neural network approach close to real output and the classical approach with adopted coefficients in many tests is very different. The cause of this deviation in the classical approach may be the inability to use summarization of different types of cements and the use of additives in concrete.



Slika 5 Paralelni prikaz svih rezultata
Figure 5. Diagram of all results

Pristup s neuronskim mrežama može sa dobrim bazama podataka uzeti u obzir tip cemenata, kao i primenu aditiva u betonima. Takav pristup je dosta jednostavniji, ali s povećanjem uticajnih parametara, povećava se i broj neophodnih ispitivanja – potrebne su daleko veće baze podataka.

Approach with the neural networks can with a good database to take into account the type of cement and concrete additives in the application. This approach is much simpler, but with the expansion of the number of influential parameters are needed and much larger database.

ZAHVALNOST

U radu je prikazan deo istraživanja koje je pomoglo Ministarstvo za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije u okviru tehnološkog projekta TR 36017 pod nazivom: "Istraživanje mogućnosti primene otpadnih i recikliranih materijala u betonskim kompozitima, sa ocenom uticaja na životnu sredinu, u cilju promocije održivog građevinarstva u Srbiji".

ACKNOWLEDGEMENTS

The work reported in this paper is a part of the investigation within the research project TR 36017 "Utilization of by-products and recycled waste materials in concrete composites in the scope of sustainable construction development in Serbia: investigation and environmental assessment of possible applications", supported by the Ministry for Science and Technology, Republic of Serbia. This support is gratefully acknowledged.

6 LITERATURA REFERENCES

- [1] Dewar, J.D. (1999). Computer Modeling of Concrete Mixtures, E&FN SPON, London and NewYork.
- [2] Knezevic M., Zejak R. (2008) Neural Networks – Application for Usage of Prognostic Model of the Experimental Research for Slender Reinforced-Concrete Columns, Materijali i Konstrukcije, Vol. 51, No.1, p.41-58, Belgrade YU-ISSN 0543-0798.
- [3] Knezevic M., Scepanovic B., Lucic D., Zejak R. (2008), Examples of Artificial Neural Networks Application in Civil Engineering, The 11th East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering & Construction – EASEC 11, Taipei, p.134-135.
- [4] Neville, A.M. (1996). Properties of Concrete, ELBS, London, UK.
- [5] Popovics, S. (1992). Concrete Materials: properties, specifications and testing, Noyes Publications New Jersey, USA.
- [6] Popovics, S. (1985) New formulas for the prediction of the effect of porosity on concrete strength. *ACI Journal*, March/April 1985, pp 136–146.

REZIME

OCENA UTICAJA KOLIČINE VAZDUHA NA ČVRSTOĆU BETONA KLASIČNIM PRISTUPOM I NEURONSKIM MREŽAMA

*Dragan BOJOVIĆ
Dragan NIKOLIĆ
Ksenija JANKOVIĆ
Ljiljana LONČAR*

Mnogi parametri utiču na karakteristike svežeg i očvrstlog betona. Jedan od najvažnijih svakako jeste poroznost betona. Poroznost svežeg betona meri se količinom uvučenog vazduha. Uticaj uvučenog vazduha na beton i njegovu pritisnu čvrstoću istraživali su mnogi svetski istraživači. Na bazi tih istraživanja, izdvojene su dve, u praksi najviše korišćene, formule. Tehnike mekog programiranja, a posebno neuronske mreže, s formiranim bazama podataka laboratorijskih ispitivanja betona, otvaraju novi pristup u predviđanju uticaja količine uvučenog vazduha u svežem betonu na njegovu čvrstoću pri pritisku.

Ključne reči: neuronske mreže, uvučen vazduh, beton, čvrstoća pri pritisku.

SUMMARY

EVALUATION OF AIR CONTENT ON CONCRETE COMPRESSIVE STRENGTH WITH CLASSICAL APPROACH AND NEURAL NETWORKS

*Dragan BOJOVIC
Dragan NIKOLIC
Ksenija JANKOVIC
Ljiljana LONCAR*

Many parameters influence on the characteristics of fresh and hardened concrete. One of the most important characteristic of concrete is its porosity. Measure the porosity of fresh concrete is measured by the amount of entrained air. The effect of entrained air in concrete on compressive strength investigated by many authors. On the bases these works we have two formulas applicable in practice. Soft programming techniques especially neural networks and the formation of databases related to the testing in laboratories for concrete opened up new approaches in predicting the impact of the quantity of entrained air in concrete on compressive strength.

Keywords: Neural networks, entrapped air, concrete, compressive strength

OSNOVE ISPITIVANJA INTEGRITETA ŠIPOVA S PRIMERIMA IZ PRAKSE

BASIS OF PILE INTEGRITY TESTING WITH FEW CASE HISTORIES

Dušan BERISAVLJEVIĆ
Nenad ŠUŠIĆ

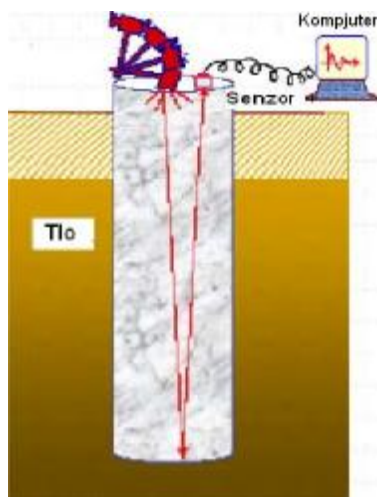
STRUČNI RAD
UDK: 624.154.1 = 861

1 UVOD

Kada su u pitanju duboko fundirane temeljne konstrukcije, opterećenje se najčešće prenosi preko pobijenih prefabrikovanih šipova ili preko šipova izvedenih direktno u tlo. Tokom ugradnje, prefabrikovani šipovi mogu da se oštete ili polome, što je rezultat delovanja visokih napona tokom ugradnje. Šipovi formirani direktno u tlo mogu da pretrpe smanjenje ili proširenje poprečnog preseka, šupljine, inkluzije materijala različitih fizičkih svojstava itd. Prefabrikovani šipovi i šipovi formirani direktno u tlo mogu da se oštete i nakon ugrađivanja, nepažljivim rukovanjem građevinskim mašinama. Događaji koji dovode do formiranja defekata u šipu dati su u [8].

1 INTRODUCTION

In deeply founded structures, the loading is mostly transmitted through the driven precast piles or cast-in-situ piles. During installation, precast piles may be damaged or broken as the result of the high stresses that exist during the installation process. In cast-in-place piles, the following can appear: a reduction or expansion of the cross-sectional area, cavities, inclusion of materials of various physical properties, etc. Precast and cast-in-place piles may be damaged also after their installation as the result of misuse of construction machinery. A comprehensive list of events, each of which can lead to the formation of a defect in a pile (either cast-in-situ or driven) is presented by [8].



Slika 1: Postupak ispitivanja
Figure 1: Test procedure

Dušan Berisavljević, dipl. inž. geol., istraživač saradnik,
Institut IMS, Bul. vojvode Mišića 43 Beograd,
dusan.berisavljevic@institutims.rs,
Dr Nenad Šušić, dipl. građ. inž., naučni savetnik, Institut
IMS, Bul. vojvode Mišića 43 Beograd,
nenad.susic@institutims.rs

Dušan Berisavljević, dipl. inž. geol., istraživač saradnik,
Institut IMS, Bul. vojvode Mišića 43 Beograd,
dusan.berisavljevic@institutims.rs,
Dr Nenad Šušić, dipl. građ. inž., naučni savetnik, Institut
IMS, Bul. vojvode Mišića 43 Beograd,
nenad.susic@institutims.rs

Kako bi se stekao uvid u gore pomenute neregularnosti, potrebno je izraditi program kontrole kvaliteta šipova. Da bi krajnji produkt – u ovom slučaju šip – imao zadovoljavajući kvalitet, potrebna je saradnja između projektanta, izvođača, nadzora i inženjera geotehnike angažovanih za kontrolu kvaliteta izvedenih šipova [6].

Postoje različite nedestruktivne metode za kontrolu kvaliteta izvedenih šipova. Najčešće se primenjuje zvučna eho (*sonic echo*) i impulsna metoda (*impuls response*), zatim *cross-hole* metoda, a vrlo retko i radioaktivna metoda [5]. U ovom radu biće razmatrana zvučna eho metoda (SIT– *Sonic Integrity Test*). Naziv ukazuje na to da se ispitivanje sprovodi u domenu zvučnih frekvencija.

2 OSNOVNI PRINCIPI ZVUČNE (SIT) METODE

Tokom poslednjih nekoliko decenija, zvučna metoda izdvojila se kao jeftina i brza metoda kojom se za nekoliko minuta može ispitati dati šip. Da bi se test sproveo, potrebno je da se postavi senzor (obično akcelerometar) na vrh šipa i izazove kompresioni talas udarom o vrh šipa ručnim čekićem – slika 1. Kompresioni talas se prostire kroz šip i reflektuje se od baze šipa (kontakt betona i prirodne sredine). Reflektovani talas može biti ili kompresioni ili tenzioni, zavisno od odnosa krutosti betona i prirodne sredine. Ukoliko postoje promene poprečnog preseka ili pukotine, one takođe izazivaju refleksiju – slika 2. Akcelerometar registruje ubrzanje glave šipa pri udaru, kao i svako sledeće ubrzanje izazvano refleksijom talasa unutar šipa, koji dostiže do njegovog vrha. Signal prikupljen akcelerometrom u analognoj formi se digitalizuje i integriše da bi se dobio zapis brzine (v) glave šipa. Tipičan zapis brzine (v) u vremenu (t) prikazan je na slici 2. Ovakav zapis zove se reflektogram i predstavlja osnovu za procenu integriteta šipa.

Teorijsko razmatranje talasa u čvrstoj sredini zavisi od preovlađujuće talasne dužine [9]. Ukoliko je talasna dužina veća ili jednaka prečniku šipa, problem postaje jednodimenzionalan, to jest važi teorija jednodimenzionalnog prostiranja naponskog talasa. To je uobičajeno za naponske talase izazvane udarom ručnog čekića kao kod zvučne metode. Kada je talasna dužina mala u poređenju s prečnikom šipa, problem postaje trodimenzionalan. To je karakteristično za ultrazvučna *cross-hole* ispitivanja. Osnovna jednačina koja daje vezu između brzine prostiranja naponskog talasa (c), talasne dužine (λ) i frekvencije (f) ima sledeći oblik:

$$c = \lambda * f \quad (1)$$

Ova jednačina omogućava da se odredi talasna dužina u trenutku testiranja na osnovu ostvarene frekvencije i pretpostavljene brzine (c).

U vremenu $2L/c$, gde je L dužina šipa, a c brzina naponskog talasa kroz beton, talas se reflektuje i vrati do vrha šipa, gde ga registruje akcelerometar. Na taj način, dobija se podatak o dubini i mestu na kome postoji promena poprečnog preseka ili materijala u šipu. Refleksije nastaju na mestu promene impedanse šipa (Z). Karakteristike šipa koje definišu impedansu jesu

In order to gain an insight into the above-mentioned irregularities, it is necessary to develop a programme for controlling the quality of piles. In order to satisfy the quality of the end product, i.e. a pile, it is necessary to ensure close cooperation between designers, contractors, supervisors and geotechnical engineers involved in the control of quality [6] of installed piles.

There are a variety of non-destructive methods for controlling the quality of piles. The most commonly used methods are the sonic echo test, the impulse response test, and the cross-hole method, while the radioactive [5] method is seldom used. This paper considers the sonic echo test (SIT) method. As indicated by its name, this method is based on the use of acoustic frequencies.

2 BASIC PRINCIPLES OF SONIC (SIT) METHODS

Over the past few decades the sonic method emerged as a cheap and quick method of testing the given pile in a few minutes. The test is conducted by placing the sensor (typically an accelerometer) onto the head of the pile and causing a compression stress wave by striking the pile head with a special hand-held hammer (Figure 1). The compression wave travels down along the pile shaft and it is reflected from the pile toe (the contact point of concrete and the surrounding soil). The reflected wave can be either tensile or compressive, depending on the stiffness ratio between concrete and the environment. Any changes in pile diameter or discontinuities will also cause reflection (Figure 2). Accelerometer records the pile head acceleration during blow as well as each succeeding acceleration caused by the reflection of waves within the pile that reaches to its head. Since the signal collected by the accelerometer is analogous, it needs to be converted into digital form and integrated in order to trace the velocity (v) of the pile head. A typical velocity (v) - time (t) trace is shown in Figure 2. This trace is called reflectogram and it is the basis for assessing the integrity of the pile.

The theoretical consideration of waves in a solid environment depends on the prevailing wavelength [9]. If the wavelength is longer or equal to the cross-sectional area of the pile, there is a one-dimensional problem, i.e. the theory of one-dimensional propagation of stress waves applies. This is typical for stress waves caused by the impact of a hand-held hammer, which is the case in sonic methods. When the wavelength is shorter than the cross-sectional area of the pile, the problem becomes three dimensional. This is the case in ultrasonic *cross-hole* testing. The basic equation for calculating the relationship between the stress wave speed (c), wavelength (λ) and frequency (f) is the following:

This equation allows for the determination of the wavelength on the basis of frequency and assumed velocity (c) at the time of testing.

At the time of $2L/c$, where (L) is the pile length and (c) is the speed of stress wave propagation through the concrete, the wave is reflected back to the pile head, where it is recorded by the accelerometer. This is the method of obtaining data on the depth of the location where there is a change in the cross-sectional area of the pile or in its material. Reflections occur at the

brzina talasa (c), modul elastičnosti betona (E) i površina poprečnog preseka (A), kako je prikazano u jednačini 2.

$$z = \frac{EA}{c} \quad (2)$$

Na slici 2a prikazan je šip sa smanjenim poprečnim presekom na donjoj polovini i grafik zavisnosti brzine (v) u vremenu (t). Na slici 2b dat je šip, ali u ovom slučaju smanjenje poprečnog preseka je bliže vrhu šipa. Upoređenjem reflektograma, uočava se da što je promena impedanse (Z) bliža vrhu šipa, veći je broj refleksija, a samim tim reflektogram je složeniji za interpretaciju. Na kontaktu dve sredine različitih impedansi deo inicijalnog talasa se reflektuje. Amplituda reflektovanog talasa (Ar) zavisi od odnosa specifičnih impedansi i amplitude inicijalnog talasa (Ai) [10], jednačina 3.

$$Ar = \frac{z_2 - z_1}{z_1 + z_2} Ai \quad (3)$$

Na sličan način se može izračunati amplituda talasa koji nastavlja dalje kretanje kroz šip (At) preko jednačine 4.

$$At = \frac{2z_2}{z_1 + z_2} Ai \quad (4)$$

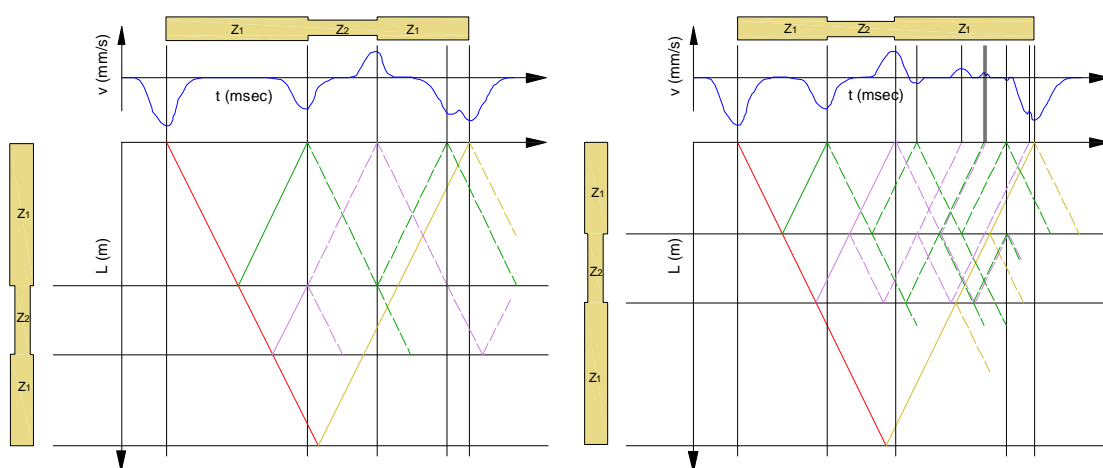
Ove dve jednačine daju uvid u ponašanje talasa dok se kreće kroz šip proizvoljnog oblika. Kada je impedansa $Z_1 < Z_2$, talas se reflektuje sa istim znakom (kompresioni) kao inicijalni (npr. proširenje stabla šipa). Kada je $Z_1 > Z_2$, reflektovani talas menja znak (npr. suženje stabla šipa).

location of changes in pile impedance (Z). Pile impedance is defined by the following properties that define its wave velocity (c), modulus of elasticity of concrete (E) and the cross-sectional area (A), Equation 2:

Figure 2a shows the graph of dependence of velocity (v) in time (t) for a pile with a reduced cross-sectional area in its lower section. Figure 2b shows a pile with a reduced cross-sectional area closer to its head. When comparing the reflectograms, the number of reflections obviously increases when the change of impedance (Z) is closer to the pile head, making the interpretation of the reflectogram a more complex task. At the contact point of the two different environments, part of the initial wave is reflected. The amplitude of the reflected wave (Ar) depends on the ratio of specific impedances and the amplitude of the initial wave (Ai) [10], Equation 3:

The amplitude of the wave that continues further through the pile (At) can be calculated in a similar way, by Equation 4:

These two equations provide an insight into the behaviour of the wave as it propagates through an arbitrary shaped pile. When the impedance is $Z_1 < Z_2$, the wave is reflected with the same sign (compression) as the initial wave (e.g. increase in cross-section). When $Z_1 > Z_2$, the reflected wave changes its sign (e.g. decrease in cross-section).

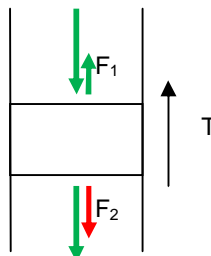


Slika 2: Reflektogram i karakteristične linije šipa sa smanjenim poprečnim presekom : a) na donjoj polovini ($Z_2 < Z_1$) i b) na gornjoj polovini ($Z_2 < Z_1$).

Figure 2: Reflectogram and the characteristic lines of a pile with a reduced cross-sectional area: a) lower section ($Z_2 < Z_1$) and b) upper section ($Z_2 < Z_1$)

3 UTICAJ TRENJA

U svim prethodnim analizama pretpostavljeno je da ne postoji trenje po omotaču šipa. Međutim, ta pretpostavka ne odgovara stvarnoj interakciji šipa i tla pri prolasku talasa kroz deo šipa. Pomeranje dela šipa angažuje trenje po njegovom omotaču [4]. Uticaj sile trenja (T), mobilisane kompresionim talasom, prikazan je na slici 3.



Slika 3: Uticaj sile trenja na talas koji se kreće nadole
Figure 3: Influence of the friction force on the downward moving wave

Sila trenja proizvodi dva talasa, reflektovani kompresioni (F_1) i tenzioni talas (F_2) koji nastavlja dalje jednaka po magnitudi $T/2$. S obzirom na to što je reflektovani talas istog tipa kao inicijalni, kompresioni talas izaziva refleksiju u vidu kompresionog talasa, odnosno trenje ima sličan efekat kao povećanje impedanse. S druge strane, komponenta F_2 se superponira sa inicijalnim talasom, a budući da je suprotnog znaka, rezultat je slabljenje (prigušivanje) signala. Ukupna energija talasa u šipu se smanjuje, a razlika se prenosi u okolnu sredinu.

Može se dokazati tvrdnja da će, kada se šip optereti na jednom kraju nekom dinamičkom silom, usled uticaja trenja, na drugi kraj sila stići oslabljena po eksponencijalnom zakonu (e^{-k}), gde u eksponentu (k) figuriše odnos dužine (L) i prečnika (D) šipa. Ovo je naglašeno, jer mali porast L/D značajno slabi silu i brzinu koja dolazi na vrh šipa. Zato se primenjuje eksponencijalna amplifikacija signala kao kompenzacija za efekat slabljenja signala prilikom testiranja šipova. Ponašanje sistema šip-tlo pri dinamičkom opterećenju detaljno je analizirano u [4].

4 BRZINA TALASA KROZ BETON

Brzina talasa kroz beton data je sledećom jednačinom:

Iz jednačine 5 može se videti da brzina talasa (c) zavisi od modula elastičnosti (E) i gustine betona (ρ). Gustina se određuje u trenutku betoniranja i predstavlja konstantnu veličinu. Kada je u pitanju beton, gustina (ρ) obično iznosi 2400 kg/m^3 . S druge strane, modul elastičnosti raste s povećanjem čvrstoće betona. Zato se

3 FRICTION EFFECTS

In all previous analyzes, no friction was assumed along the pile shaft. However, this assumption fails to correspond to the actual pile-soil interaction during the propagation of wave through a pile section. When a pile section is moved, it causes friction along its shaft [4]. The influence of friction force (T) that is mobilized by the compression wave is shown in Figure 3.

The friction force produces two waves, a reflected compressive (F_1) and tensile wave (F_2) which continues further and its magnitude is equal to $T/2$. Since the reflected wave is of the same type as the initial wave, the compression wave causes a reflection in the form of a compression wave, i.e. the effect of friction is similar to the effect of increased impedance. On the contrary, the F_2 component is superimposed with the initial wave, and given its opposite sign, this results with signal attenuation (damping). The total wave energy in the pile decreases, with the difference being transferred into the surrounding environment.

It can be proved that when the pile is loaded by a dynamic force at its one end, due to the influence of friction forces, when reaching the other end the force will be weakened according to the exponential law (e^{-k}), where the superscript (k) indicates the relationship between pile length (L) and diameter (D). This is emphasized because a small increase in L/D significantly weakens the force and the velocity that reaches the pile head. Therefore, the signal is exponentially amplified in order to compensate for the effect of signal attenuation during the pile testing. The behaviour of the pile-soil system under dynamic loading is analyzed in detail in [4].

4 STRESS WAVE SPEED THROUGH THE CONCRETE

The speed of wave through the concrete is given by the following equation

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (5)$$

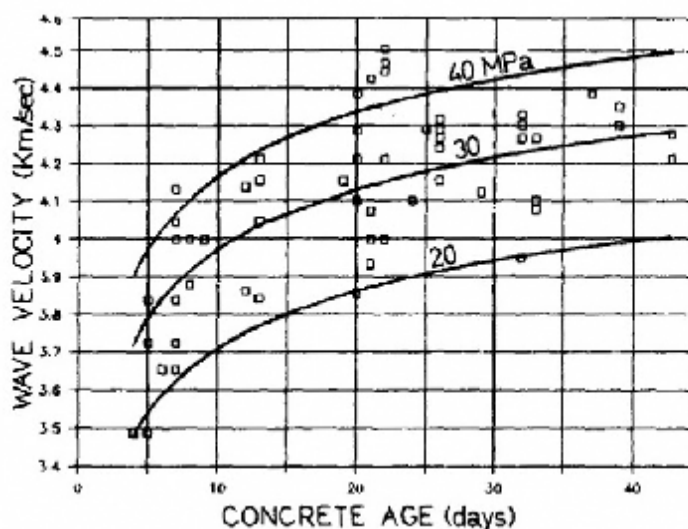
From Equation 5 it can be seen that the wave speed (c) depends on the modulus of elasticity (E) and the density of concrete (ρ). The density is determined at the time of concreting and it is a constant value. The density of concrete (ρ) is usually 2400 kg/m^3 . On the other hand, the modulus of elasticity increases along with the

i brzina talasa povećava s povećanjem starosti betona.

Na osnovu laboratorijskih ispitivanja uzoraka oblika kocke, prema [2] dobijena je zavisnost brzine (c) od starosti i klase betona koja je prikazana na slici 4. Očigledan je porast brzine sa starenjem betona. Brzine posle sedam dana nalaze se u rasponu od 3600 m/s do 4400 m/s. To znači da, ukoliko ne postoji informacija o brzini talasa (što je u praksi čest slučaj), korektna je pretpostavka 4000 m/s, pa zato očekivana greška u određivanju dužine šipa može da bude $\pm 10\%$.

increase of the strength of concrete. Therefore, with the increasing age of concrete, the wave speed also increases.

Based on laboratory tests performed on a cube, according to [2] the dependence of speed (c) on the age and strength of concrete has been obtained, which is shown in Figure 4. There is an obvious increase in velocity with age of the concrete. After seven days, speed range between 3600 and 4400 m/s. This means that with the lack of information on wave speed (which is often the case in practice), it should be assumed 4000 m/s, so that the expected error in determining the pile length may be $\pm 10\%$.

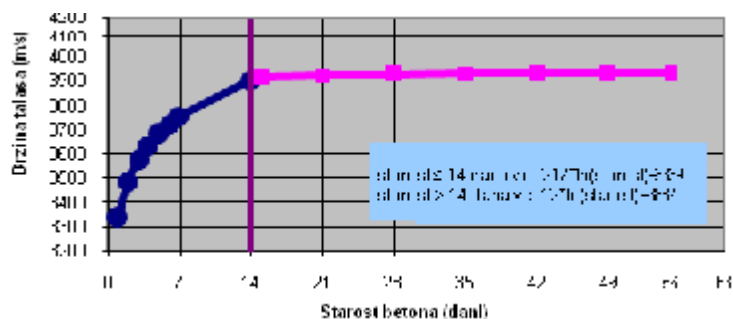


Slika 4: Brzina talasa u funkciji starosti i marke betona, prema [2].

Figure 4: Wave speed as a function of age and strength of concrete, according to [2]

Jednačine za proračun brzine talasa kroz beton, u zavisnosti od starosti, prikazane su na slici 5. Jednačine su izvedene na osnovu brojnih terenskih i laboratorijskih ispitivanja [7]. Slika 5 predstavlja grafički prikaz jednačina datih na slici. Vidi se nagli porast brzine do 14 dana, dok je posle značajno sporiji. Prema [7], nesigurnost u određivanju dužine jeste $\pm 5\%$ u zavisnosti od toga da li je brzina izmerena, procenjena ili dobijena iz korelacije sa čvrstoćom. Treba biti oprezan prilikom primene ovih rezultata, jer nisu opšteg karaktera i odnose se na betonsku mešavinu primenjenu u studiji. Međutim, opšti trend odgovara betonu koji se obično koristi za izradu bušenih šipova. Prema [3], navodi se da se, ukoliko se dobro proceni brzina talasa, pouzdana merenja dužine i položaja defekata mogu postići nakon deset dana od ugradnje betona.

Equations for calculating the wave speed through the concrete as a function of its age are shown in Figure 5. These equations are derived on the basis of numerous field and laboratory tests [7]. Figure 5 is a graphical representation of the equations given in the figure. It can be seen that up to the 14th day there is a sharp increase in speed, while after that, it is much slower. According to [7], uncertainty in determining the length is $\pm 5\%$, depending on whether the speed is measured, estimated or obtained from the correlation with strength. One should be cautious when applying these results because they are not generalized – they are related to the concrete mixture which is applied in the study. However, the general tendency corresponds to concrete that is commonly used for making bored piles. In [3], it is stated that 10 days after installing the concrete, reliable measurements can be achieved regarding the length and position of defects if the wave speed is correctly assessed.



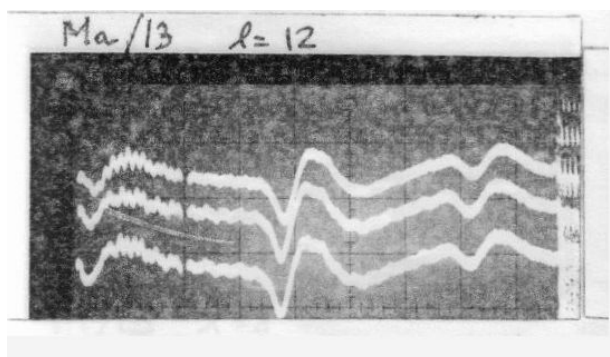
Slika 5: Zavisnost brzine talasa od starosti betona [7].
Figure 5: Dependence of wave speed on the age of concrete [7]

5 INTERPRETACIJA

Prva ispitivanja integriteta šipova sprovedena su pomoću osciloskopa i amplifikatora (slika 6), a bila su vrlo primitivna i ograničenih mogućnosti, bar za današnje standarde. Razvoj elektronike i računarske tehnike imao je snažan uticaj na savremene sisteme za ispitivanje. Interpretacija može biti kvalitativna i kvantitativna.

5 INTERPRETATION

The first tests regarding pile integrity were carried out using oscilloscope and amplifiers (Figure 6). They were primitive with limited capabilities, at least by today's standards. The development of electronics and computer technology made a profound influence on modern testing systems. Interpretation can be qualitative and quantitative as well.



Slika 6. Reflektogram prikazan na ekranu osciloskopa (preuzeto iz [1]).
Figure 6: Reflectogram displayed on an oscilloscope screen (taken from [1])

Kvalitativna interpretacija podrazumeva da se dobijeni reflektogram uporedi s karakterističnim reflektogramima šipova različitih oblika.

Kvantitativna interpretacija omogućava kvantifikovanje uočenih nepravilnosti u šipu. Kada je poznata raspodela trenja po omotaču šipa, može se nacrtati sintetički reflektogram korišćenjem odgovarajućih jednačina. Pojedini softveri omogućavaju da se dobije aproksimativno rešenje korišćenjem tehnike „poklapanja signala”. Ova tehnika sastoji se u sledećem:

- Prvi korak je dobijanje kompjuterskog modela korišćenjem projektovanih dimenzija šipa i podataka o okolnom tlu. To omogućava računanje teorijski očekivanog odgovora (signala) na udar čekića o glavu šipa. Tako dobijen teorijski signal upoređuje se s karakterističnim signalom (npr. prosečni signal na gradilištu).

- U drugom koraku, podaci o tlu se modifikuju sve dok se kompjuterski signal ne usaglasi s karakterističnim signalom što je više moguće. Time se dobija raspodela trenja po omotaču šipa.

Qualitative interpretation implies that the obtained reflectogram is compared with typical reflectograms of piles of various shapes.

Quantitative interpretation allows the quantification of perceived irregularities in the pile. When the distribution of friction along pile shaft is known, a synthetic reflectogram can be drawn by using the corresponding equations. Some software applications allow approximate solution by using the "signal matching" technique. This technique consists of the following:

- The first step is to obtain a computer model using the designed dimensions of the pile and the data on the surrounding soil. This allows the calculation of the theoretically expected response (signal) to the hammer blow on the pile head. This theoretical signal is then compared with the characteristic signal, e.g. the average signal on site.

- In the second step, data on the soil are modified until the point is reached where the computer signal match with the characteristic signal as much as possible. This results in distribution of friction along the pile shaft.

Korišćenjem raspodele trenja, dobijene u drugom koraku, kompjuterski model variranjem poprečnog profila šipa generiše signal koji se poklapa, što je više moguće, sa signalom razmatranog šipa.

Kao rezultat dobija se poprečni profil šipa, što nam omogućava uvid u promene poprečnog preseka, odnosno mesta promene impedanse šipa, kao i njihovo kvantifikovanje.

6 PRIMERI IZ PRAKSE

Institut za ispitivanje materijala IMS iz Beograda gotovo dve decenije bavi se ispitivanjem integriteta šipova primenom zvučne metode. Institut IMS raspolaže najsavremenijom opremom holandskog proizvođača „Profound“, koji je vodeća kompanija za proizvodnju te vrste opreme u svetu (slika 7).



Slika 7: Savremena oprema SIT^{PRO} za ispitivanje šipova u vlasništvu Instituta IMS.
Figure 7: The modern SIT^{PRO} pile testing equipment owned by the IMS Institute

Pre postavljanja senzora, potrebno je pripremiti šip za testiranje. Priprema podrazumeva da je omogućen slobodan pristup glavi šipa uz uslov da izložen beton bude dobrog kvaliteta, bez ostataka tla, vode ili labavog betona na vrhu šipa. To je osnovni preduslov za uspešno ispitivanje.

Na slikama koje prate dalji tekst prikazani su rezultati dobijeni ispitivanjem šipova na nekoliko gradilišta u našoj zemlji. Uglavnom je reč o bušenim šipovima s kontinualnim zacevljenjem bušotine. Sva prikazana ispitivanja izvršio je Institut IMS u protekle dve godine.

Primer 1. Na slici 8 prikazani su reflektogrami dobijeni ispitivanjem bušenih šipova (s kontinualnim zacevljenjem bušotine) prečnika 1200 mm, dužine 21 m. Reflektogram na slici 8a ukazuje na šip koji ima ujednačen poprečni presek i kvalitet betona, dok reflektogram prikazan na slici 8b ukazuje na to da postoji promena impedanse šipa na dubini oko 13.5 m i 15.5 m. Takav signal ukazuje na suženje u stablu šipa. Pored pomenutog šipa, još nekoliko šipova na istom gradilištu pokazalo je suženje na približno istim dubinama. U takvoj situaciji, potrebno je analizirati geološki sastav, s obzirom na to što tla različite krutosti mogu da izazovu

The computer model generates a signal which matches with the signal of the given pile as much as possible using the distribution of friction, which is obtained in the second step, by varying the cross-sectional area of the pile.

Consequently, the cross section profile of the pile is obtained, which allows getting an insight into changes in cross-sectional area, i.e. the location where the pile impedance is changed and the quantification of these changes.

6 CASE HISTORIES

The Institute for Testing Materials (IMS, Belgrade) has been almost two decades involved in studying the integrity of piles using a sonic method (SIT – Sonic integrity test). The IMS Institute is equipped with the latest equipment of the Dutch manufacturer "Profound".

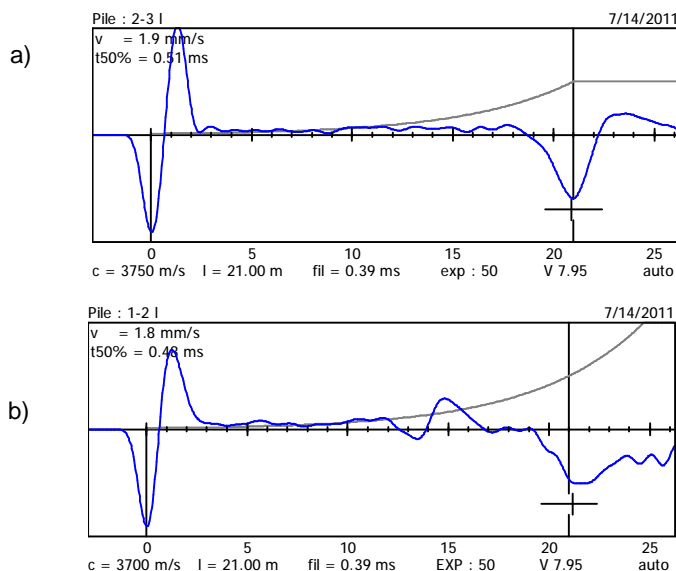
Before placing the sensor, it is necessary to prepare the pile for testing. Preparation means to allow free access to the pile head, provided that the exposed concrete is of good quality, free of soil, water or loose concrete on the pile head. This is the basic prerequisite for successful testing.

The pictures accompanying the following text illustrate the results obtained for piles at several construction sites in the country. These are mostly bored piles with the borehole being continuously tubed. All the presented tests are performed by the IMS Institute during the past two years.

Case 1. Figure 8 shows the reflectograms obtained for bored piles (with the borehole being continuously tubed) of 1200 mm diameter and 21 m length. The reflectogram in Figure 8a indicates a pile with a uniform cross-sectional area and quality of concrete, while the reflectogram in Figure 8b indicates that there are changes in impedance of a pile at depths of about 13.5 m and 15.5 m. This signal indicates a narrowing in the pile shaft. In addition to the aforementioned pile, a few other piles on the same construction site have indicated a narrowing at approximately same depth. In this

iste refleksije, kao i promena kvaliteta betona ili suženje u stablu šipa. Budući da većina šipova na ovoj lokaciji ima ujednačen poprečni presek, geološki sastav tla je eliminisan kao mogući uzrok neregularnosti. Na osnovu razgovora sa izvođačem i nadzornim organom, pretpostavlja se da je posledica suženja upadanje okolnog tla u bušotinu prilikom izvlačenja bušaćih cevi u trenutku betoniranja. Ovakva pojava nije neuobičajena kada su u pitanju bušeni šipovi, čega treba da budu svesni svi, a pogotovo izvođači.

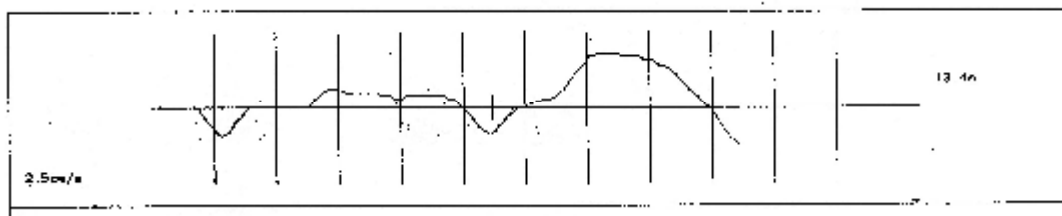
situation, it is necessary to analyze the geological structure of the soil; given that soils of varying stiffness can cause the same reflections as do the changes in the quality of concrete or the narrowing of the shaft. Given that most piles at this location have uniform cross-sectional area, the geological composition of the soil has been eliminated as a possible cause of the irregularities. Based on the interview with the contractor and supervisor, it is assumed that piles were narrowed as a consequence of the surrounding soil falling into the bore when the drilling pipes were drawn out in the moment of casting the concrete. This phenomenon is common for bored piles, and all should be aware of it, especially the contractors.



Slika 8: Reflektogrami: a) normalan šip i b) šip sa suženjem od 13.5 m do 15.5 m.
Figure 8: Reflectograms: a) normal pile and b) narrowed pile at the depth of 13.5 m and 15.5 m

Primer 2. Na slici 9 prikazan je reflektogram dobijen ispitivanjem šipa projektovane dužine 21.3 m. S reflektograma se vidi da postoji prekid u stablu šipa na dubini 13.4 m. Na toj dubini kompresioni inicijalni talas se u potpunosti reflektuje, menja znak i u vidu tenzionog talasa se vraća na površinu gde ga registruje akcelerator. Na mestu prekida reflektogram je usmeren nadole (istog smera kao inicijalni talas), što ukazuje na tenzioni talas. Kasnije je utvrđeno da je prekid posledica petodnevnog prekida u betoniranju. Napominje se da ocena integriteta ispod mesta prekida nije moguća.

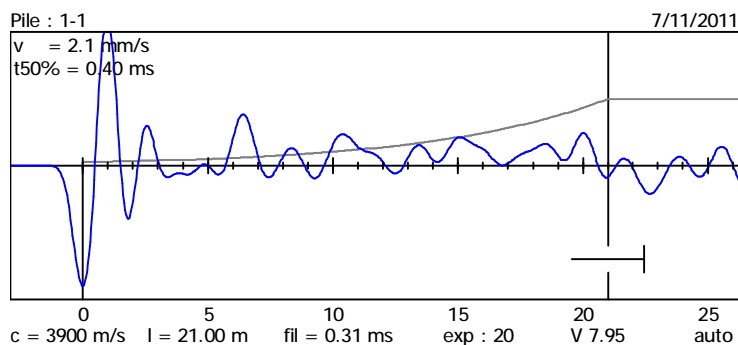
Case 2. Figure 9 shows the reflectogram obtained by examining a pile of designed length of 21.3 m. As indicated by the reflectogram, there is a discontinuity in the pile shaft at the depth of 13.4 m. At this depth, the initial compression wave is totally reflected, changed its sign and returns to the surface in the form of tensile wave where it is registered by the accelerometer. At the location of the discontinuity, the reflectogram is directed downwards (in the same direction as the initial wave), indicating a tensile wave. As later established, the discontinuity has resulted from a five-day interruption in concreting. It was noted that the assessment of integrity below the discontinuity was not possible.



Slika 9: Prekid u telu šipa na 13.4 m; projektovana dužina šipa iznosi 21.3 m.
Figure 9: Discontinuity in the pile body at the depth of 13.4 m. The designed length of the pile was 21.3 m.

Primer 3. Slika 10a prikazuje reflektogram složene talasaste forme bez odziva od baze šipa. Glavni uzrok ovakvog reflektograma jeste beton lošeg kvaliteta na dužini oko 2m od vrha šipa, što je potvrđeno iskopom tla oko šipa (slika 10b). U toku testiranja nije bilo moguće izazvati udarac koji ima talasnu dužinu veću od prečnika šipa (zbog male brzine prostiranja naponskog talasa), što predstavlja potreban uslov da bi se sprovela ispitivanja zvučnom metodom. U fazi izvođenja naglavne grede, beton slabijeg kvaliteta je uklonjen i zamenjen kvalitetnijim betonom.

Case 3. Figure 10a shows a reflectogram of complex wavy form without a response from the pile toe. The main cause of this reflectogram is a concrete of poor quality at the depth of about 2 m from the pile head. This was confirmed by excavating the soil around the pile (Figure 10b). During the test it was impossible to cause a blow with the wavelength longer than the pile diameter (due to the low propagation speed of the stress wave), which is a minimum condition for testing by the SIT method. In the stage of installing the capping beam, the low quality concrete was removed and replaced with higher quality concrete.



a)



b)

Slika 10: Loš kvalitet betona pri vrhu šipa: a) reflektogram i b) otkriven šip.
Figure 10: Poor quality concrete at the pile top: a) reflectogram b) the exposed pile

7 OGRANIČENJA

Zvučnom metodom mogu da se uoče mnoge vrste defekata, ali postoje i oni defekti koji se ne mogu uočiti. To su prema [1]:

1. Male promene poprečnog preseka.
2. Postepene promene poprečnog preseka.
3. Promene impedanse na maloj dužini po osi šipa.
4. Mala odstupanja dužine u odnosu na projektovanu dužinu.
5. Pojave ispod potpunog prekida ili znatne promene impedanse (1:2).
6. Debljina odlomaka ispod baze šipa.
7. Odstupanja od prave linije i od vertikale.
8. Nosivost šipa.
9. Refleksije od baze šipa kada je $L/D > 20$ u tvrdom tlu i kada je $L/D > 60$ u mekom tlu.

Samo ukoliko smo svesni ovih ograničenja, možemo u potpunosti da iskoristimo zvučnu metodu za kontrolu kvaliteta šipova.

7 LIMITATIONS

The sonic method (SIT – Sonic Integrity Test) is suitable for detecting many types of defects, but there are also defects that cannot be detected. According to [1], they are the following:

1. Small changes in the cross-sectional area
2. Gradual changes in the cross-sectional area.
3. Changes of impedance along a short section parallel to the pile axis.
4. Small deviations from the designed length.
5. Changes beneath a total discontinuity or substantial changes in impedance (1:2).
6. The thickness of debris under the pile toe.
7. Deviations from a straight line and from the vertical.
8. The pile's bearing capacity.
9. Reflections from the pile toe when $L/D > 20$ in stiff soil, and when $L/D > 60$ in soft soil.

The full advantage of a sonic method (SIT – Sonic Integrity Test) for controlling the quality of piles can be taken only if we are aware of the above limitations.

8 ZAKLJUČAK

Šipovi se izvode u potpunom „mraku“ i jedini uvid u kvalitet izvedenog šipa moguć je primenom dodatnih ispitivanja. Najpopularnija je zvučna (eho) metoda (SIT – *Sonic Integrity Test*), prikazana u ovom radu, kojom se može ispitati veliki broj šipova za kratko vreme.

Kada je u pitanju primena zvučne metode, bitna je pretpostavka o brzini prostiranja naponskog talasa kroz beton, jer je dužina šipa direktno proporcionalna toj brzini.

Poznavanjem mogućnosti, odnosno ograničenja navedene metode i principa na kojima se ona zasniva, moguće je otkriti defekte u šipu koji bi ugrozili bezbednost buduće konstrukcije. Prikazani primeri iz prakse ukazuju na greške koje nastaju pri izvođenju šipova i na značaj ove brze i jeftine metode u proceni kvaliteta izvedenih šipova.

9 LITERATURA REFERENCES

- [1] Joram M. A., Pile Integrity testing. 2009, dostupno na <http://www.piletest.com>
- [2] Joram M. A., Wave speed in young concrete. Proc. 3rd intl. Conf. on Application of stress-wave theory to piles, Ottawa 1988, pp 911-912.
- [3] Niederleithinger E., Taffe A., Early stage elastic wave velocity of concrete piles, Journal of Cement and Concrete Composites, Elsevier 2006, pp 317-320.
- [4] Novak M., Dynamic stiffness and damping of piles, Canadian Geotechnical Journal, 1974, pp 574-598.
- [5] Paikowsky S. G. P., Chernauskas L. R. C., Review of deep foundations integrity testing methods and case Histories, 2003 BSCES-GEO INSTITUTE DEEP FOUNDATION SEMINAR P1.
- [6] Tomanović Z., Testing of allowable bearing capacity of vertical piles under lateral static load on the docks of the mega-yacht marina porto Montenegro Tivat, Montenegro, "Building Materials and Structures" No3, 2011, pp 65-81.

REZIME

OSNOVE ISPITIVANJA INTEGRITETA ŠIPOVA S PRIMERIMA IZ PRAKSE

Dušan BERISAVLJEVIĆ
Nenad ŠUŠIĆ

U poslednjih nekoliko godina, ispitivanje integriteta ugrađenih šipova postalo je veoma popularno na gradilištima u našoj zemlji. Pri tom, posebno mesto zauzima zvučna metoda, „*Sonic Integrity Test*“ kao pouzdana, jeftina i vremenski malo zahtevna, a namenjena ispitivanju kvaliteta izvedenih šipova. U radu su prikazane osnove metode, teorijske postavke i nekoliko primera iz naše prakse.

Ključne reči: SIT, integritet, šip, signal.

8 CONCLUSION

The process of installing the piles unfolds in a complete "darkness" and the only way of getting an insight into their quality is by using additional tests. The sonic (echo) method (SIT – *Sonic Integrity Test*), which is presented in this paper, is the most popular and it allows the examination of large number of piles in a short time.

The assumption about the stress wave speed through the concrete is important in the application of the sonic (SIT) method, as the pile length is directly proportional to this speed.

It is possible to detect the defects in piles which would endangered the safety of the future structure by knowing the capabilities and limitations of the SIT method and its basic principles. The above practical examples have indicated the errors that occur during the installation of piles, as well as the importance of this fast and inexpensive method in evaluating the quality of installed piles.

- [7] Finno R.J., Gassman S.L., Osborn P.W., Nondestructive evaluation of a deep foundation test section at the Northwestern university national geotechnical experimentation site. Report submitted to the Federal Highway Administration, 1997, dostupno na <http://www.iti.northwestern.edu/projects/found-dft.html>.
- [8] Fleming K., Weltman A., Randolph M. and Elson K., Piling Engineering, Taylor & Francis, 2009.
- [9] Holeyman A.E., Keynote lecture: Technology of pile dynamic testing, Application of stress wave theory to piles, 1992 Balkema, Rotterdam, pp 195-215.
- [10] Hossein M., Mukaddam M., Evaluation of cast in place concrete piles from stress wave measurement, 2nd Geotechnical engineering conference, Cairo 1994.

SUMMARY

BASIS OF PILE INTEGRITY TESTING WITH FEW CASE HISTORIES

Dusan BERISAVLJEVIC
Nenad SUSIC

In recent years pile integrity testing have gained great popularity on sites all over the country. Special place among other methods belong to acoustic „*Sonic Integrity Test*“ method which is reliable, inexpensive and little time consuming. This paper presents discussion on basis, theoretical aspects and few case histories.

Key Words: SIT, integrity, pile, signal.

UPUTSTVO AUTORIMA*

Prihvatanje radova i vrste priloga

U časopisu *Građevinski materijali i konstrukcije* štampaće se neobjavljeni radovi ili članci i konferencijska saopštenja sa određenim dopunama ili bez dopuna, prema odluci Redakcionog odbora, a samo izuzetno – uz dozvolu prethodnog izdavača – prihvatit će se i objavljeni rad. Vrste priloga autora i saradnika koji će se štampati jesu: originalni naučni radovi, prethodna saopštenja, pregledni radovi, stručni radovi, konferencijska saopštenja (radovi sa naučnostručnih skupova); kao i ostali prilozi kao što su: prikazi objekata i iskustava – primeri, diskusije povodom objavljenih radova i pisma uredništvu, prikazi knjiga i zbornika radova, te obaveštenja o naučnostručnim skupovima.

Originalni naučni rad jeste primarni izvor naučnih informacija, novih ideja i saznanja kao rezultata izvornih istraživanja uz primenu adekvatnih naučnih metoda. Dobijeni rezultati izlažu se kratko, jasno i objektivno, ali tako da poznavalac problema može proceniti rezultate eksperimentalnih ili teorijsko numeričkih analiza i tok razmišljanja, tako da se istraživanje može ponoviti i pri tome dobiti iste ili rezultate u okvirima dopuštenih odstupanja, kako se to u radu navodi.

Prethodno saopštenje sadrži prva kratka obaveštenja o rezultatima istraživanja, ali bez podrobnih objašnjenja. Dakle, kraće je od originalnog naučnog rada. U ovu kategoriju svrstavaju se i diskusije o objavljenim radovima ako sadrže naučne doprinose.

Pregledni rad je naučni rad koji prikazuje stanje nauke u određenoj oblasti kao plod analize, kritike i komentara i zaključaka publikovanih radova o kojima autor daje sve neophodne podatke, pregledno i kritički, a uključujući i sopstvene radove. Navode se sve bibliografske jedinice korišćene u obradi tematike, kao i radovi koji mogu doprineti rezultatima daljih istraživanja. Ukoliko su bibliografski podaci metodski sistematizovani, ali ne i analizirani i raspravljani, takvi pregledni radovi klasifikuju se kao stručni pregledni radovi.

Stručni rad predstavlja koristan prilog u kome se iznose poznate spoznaje koje doprinose širenju znanja i prilagođavanja rezultata izvornih istraživanja potrebama teorije i prakse. On sadrži i rezultate razvojnih istraživanja.

Konferencijsko saopštenje ili rad sopšten na naučnostručnom skupu jesu radovi koji mogu biti objavljeni u izvornom obliku ili ih autor, u dogovoru s redakcijom, može bitno preraditi i proširiti. To mogu biti naučni radovi, naročito ako su saopštenja po pozivu organizatora skupa ili ukoliko sadrže originalne rezultate prvi put objavljene, pa ih je korisno, uz određene dopune, učiniti dostupnim široj stručnoj javnosti. Štampaće se i stručni radovi za koje Redakcioni odbor oceni da su od šireg interesa.

Ostali prilozi su prikazi objekata, tj. njihove konstrukcije i iskustava – primeri u građenju i primeni različitih materijala, diskusije povodom objavljenih radova i pisma uredništvu, prikazi knjiga i zbornika radova, kao i obaveštenja o naučnostručnim skupovima.

Autori uz rukopis predlažu kategorizaciju članka. Svi radovi pre objavljivanja se recenziraju, a o prihvatanju za publikovanje, kao i o njihovoj kategoriji, konačnu odluku donosi Redakcioni odbor.

Da bi se ubrzalo prihvatanje radova za publikovanje, potrebno je da autori uvažavaju Uputstva za pripremu radova, koja su navedena u daljem tekstu.

Uputstva za pripremu rukopisa

Rukopis treba otkucati jednostrano, na listovima A-4 formata s marginama od 31 mm (gore i dole) a 20 mm (levo i desno), u Wordu, fontom Arial, sa 12 pt. Uz jednu kopiju svih delova rada i priloga, potrebno je dostaviti i elektronsku verziju na navedene e-mejl adrese, ili na CD-u. Autor je obavezan da čuva jednu kopiju rukopisa kod sebe zbog eventualnog oštećenja ili gubitka rukopisa.

Od broja 1/2010, prema odluci Upravnog odbora Društva za ispitivanje materijala i konstrukcija i Redakcionog odbora, radovi s pozitivnim recenzijama koji su prihvaćeni za štampu, publikovaće se na srpskom i engleskom jeziku.

* Uputstvo autorima je modifikovano i treba ga, u pripremi radova, slediti.

Svaka stranica treba da bude numerisana, a optimalni obim članka na jednom jeziku jeste oko 16 stranica (30.000 slovnih mesta), uključujući slike, fotografije, tabele i popis literature. Za radove većeg obima, potrebna je saglasnost Redakcionog odbora.

Naslov rada treba sa što manje reči (poželjno osam, a najviše do jedanaeset) da opiše sadržaj članka. U naslovu ne treba koristiti skraćenice i formule. Ispod naslova, u radu se navode ime i prezime autora, a titule i zvanja, kao i ime institucije, u podnožnoj napomeni. Autor za kontakt daje telefone, faks i adresu elektronske pošte, a za ostale autore poštansku adresu.

Uz sažetak (rezime) od oko 150 do 200 reči, na srpskom i engleskom jeziku daju se ključne reči (do deset). To je jezgrovit prikaz celog članka i čitaocima omogućuje uvid u njegove bitne elemente.

Rukopis se deli na poglavlja i potpoglavlja, uz numeraciju, po hijerarhiji, arapskim brojevima. Svaki rad ima uvod, sadržinu rada s rezultatima, analizom i zaključcima. Na kraju rada, daje se popis literature.

Prilikom navođenja svih dimenzionalnih veličina, obavezna je primena međunarodnih SI mernih jedinica.

Formule i jednačine treba pisati pažljivo, vodeći računa o indeksima i eksponentima. Autori uz izraze u tekstu definišu simbole redom kako se pojavljuju, ali se može dati i posebna lista simbola u prilogu.

Prilozi (tabele, grafikoni, sheme i fotografije) rade se u crno-belom tehničkom, u formatu koji obezbeđuje da pri smanjenju na razmere za štampu, po širini jedan do dva stupca (8cm ili 16.5cm), a po visini najviše 24.5cm, ostanu jasni i čitljivi, tj. da veličine slova i brojeva budu najmanje 1.5mm. Originalni crteži treba da budu kvalitetni i u potpunosti pripremljeni za presnimavanje, ali mogu se priložiti i dobre, oštre i kontrastne fotokopije. Trebalo bi koristiti fotografije, u crno-belom tehničkom, na kvalitetnoj hartiji sa ostrim konturama, koje omogućuju jasnu reprodukciju. Skraćenice u prilogima koristiti samo izuzetno, uz obaveznu legendu. Prilozi se posebno označavaju arapskim brojevima, prema redosledu navođenja u tekstu. Objašnjenje tabela daje se u tekstu.

Potrebno je dati spisak svih skraćenica korišćenih u tekstu.

U popisu literature na kraju rada, navode se samo oni radovi koji se pominju u tekstu. Citirane radove treba prikazati po azbučnom redu prezimena prvog autora. Literaturu u tekstu označiti arapskim brojevima u uglastim zagradama, kako se navodi i u Popisu citirane literature, npr. [1]. Svaki citat u tekstu mora se naći u Popisu citirane literature i obrnutu – svaki podatak iz tog popisa mora se navesti u tekstu.

U Popisu literature navode se prezime i inicijali imena autora, zatim potpuni naslov citiranog članka, iza toga sledi ime časopisa, godina izdavanja i početna i završna stranica (od - do). Kada su u pitanju knjige, iza naslova upisuje se ime urednika (ako ih ima), broj izdanja, prva i poslednja stranica poglavlja ili dela knjige, ime izdavača i mesto objavljivanja (ako je navedeno više gradova, navodi se samo prvi po redu). Kada autor citirane podatke ne uzima iz izvornog rada, već ih je pronašao u drugom delu, uz citat se dodaje „citirano prema...”. Neobjavljeni članci mogu se pominjati u tekstu kao *usmeno saopštenje*.

Autori su odgovorni za izneseni sadržaj i moraju sami obezbediti eventualno potrebne saglasnosti za objavljivanje nekih podataka i priloga koji se koriste u radu.

Ukoliko rad bude prihvaćen za štampu, autori su dužni da, po uputstvu naše redakcije, unesu sve ispravke i dopune u tekstu i prilogima.

Za detaljnija tehnička uputstva u pogledu pripreme rukopisa autori se mogu obratiti Redakcionom odboru časopisa.

Rukopisi i prilozi objavljenih radova se ne vraćaju. Sva eventualna objašnjenja i uputstva mogu se dobiti od Redakcionog odbora.

Radovi se mogu slati i na e-mejl adrese: folic@uns.ac.rs ili miram@uns.ac.rs i dimk@ptt.rs

Veb-sajt Društva i časopisa: www.dimk.rs

Izdavanje časopisa "Građevinski materijali i konstrukcije" finansijski su pomogli:



INŽENJERSKA KOMORA SRBIJE

**MINISTARSTVO ZA NAUKU I TEHNOLOŠKI
RAZVOJ SRBIJE**



**UNIVERZITET U BEOGRADU
GRAĐEVINSKI FAKULTET**



**DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO
FAKULTET TENHIČKIH NAUKA NOVI SAD**



INSTITUT IMS AD, BEOGRAD



**UNIVERZITET CRNE GORE
GRAĐEVINSKI FAKULTET - PODGORICA**

UPUTSTVO AUTORIMA*

Prihvatanje radova i vrste priloga

U časopisu Materijali i konstrukcije štampaće se neobjavljeni radovi ili članci i konferencijska saopštenja sa određenim dopunama ili bez dopuna, prema odluci Redakcionog odbora, a samo izuzetno uz dozvolu prethodnog izdavača prihvaćaju se i objavljeni rad. Vrste priloga autora i saradnika koji će se štampati su: originalni naučni radovi, prethodna saopštenja, pregledni radovi, stručni radovi, konferencijska saopštenja (radovi sa naučno-stručnih skupova), kao i ostali prilozi kao što su: prikazi objekata i iskustava - primeri, diskusije povodom objavljenih radova i pisma uredništvu, prikazi knjiga i zbornika radova, kao i obaveštenja o naučno-stručnim skupovima.

Originalni naučni rad je primarni izvor naučnih informacija i novih ideja i saznanja kao rezultat izvornih istraživanja uz primenu adekvatnih naučnih metoda. Dobijeni rezultati se izlažu kratko, jasno i objektivno, ali tako da poznavalac problema može proceniti rezultate eksperimentalnih ili teorijsko numeričkih analiza i tok razmišljanja, tako da se istraživanje može ponoviti i pri tome dobiti iste ili rezultate u okvirima dopuštenih odstupanja, kako se to u radu navodi.

Prethodno saopštenje sadrži prva kratka obaveštenja o rezultatima istraživanja ali bez podrobnih objašnjenja, tj. kraće je od originalnog naučnog rada. U ovu kategoriju spadaju i diskusije o objavljenim radovima ako one sadrže naučne doprinose.

Pregledni rad je naučni rad koji prikazuje stanje nauke u određenoj oblasti kao plod analize, kritike i komentara i zaključaka publikovanih radova o kojima se daju svi neophodni podaci pregledno i kritički uključujući i sopstvene radove. Navode se sve bibliografske jedinice korišćene u obradi tematike, kao i radovi koji mogu doprineti rezultatima daljih istraživanja. Ukoliko su bibliografski podaci metodski sistematizovani, ali ne i analizirani i raspravljani, takvi pregledni radovi se klasifikuju kao stručni pregledni radovi.

Stručni rad predstavlja koristan prilog u kome se iznose poznate spoznaje koje doprinose širenju znanja i prilagođavanja rezultata izvornih istraživanja potrebama teorije i prakse. On sadrži i rezultate razvojnih istraživanja.

Konferencijsko saopštenje ili rad sopšten na naučno-stručnom skupu koji mogu biti objavljeni u izvornom obliku ili ih autor, u dogovoru sa redakcijom, bitno preradi i proširi. To mogu biti naučni radovi, naročito ako su sopštenja po pozivu Organizatora skupa ili sadrže originalne rezultate prvi put objavljene, pa ih je korisno uz određene dopune učiniti dostupnim široj stručnoj javnosti. Štampaće se i stručni radovi za koje Redakcioni odbor oceni da su od šireg interesa.

Ostali prilozi su prikazi objekata, tj. njihove konstrukcije i iskustava-primeri u građenju i primeni različitih materijala, diskusije povodom objavljenih radova i pisma uredništvu, prikazi knjiga i zbornika radova, kao i obaveštenja o naučno-stručnim skupovima.

Autori uz rukopis predlažu kategorizaciju članka. Svi radovi pre objavljivanja se recenziraju, a o prihvatanju za publikovanje o njihovoj kategoriji konačnu odluku donosi Redakcioni odbor.

Da bi se ubrzao postupak prihvatanja radova za publikovanje, potrebno je da autori uvažavaju Uputstva za pripremu radova koja su navedena u daljem tekstu.

Uputstva za pripremu rukopisa

Rukopis otkucati jednostrano na listovima A-4 sa marginama od 31 mm (gore i dole) a 20 mm (levo i desno), u Wordu fontom Arial sa 12 pt. Potrebno je uz jednu kopiju svih delova rada i priloga, dostaviti i elektronsku verziju na navedene E-mail adrese, ili na CD-u. Autor je obavezan da čuva jednu kopiju rukopisa kod sebe zbog eventualnog oštećenja ili gubitka rukopisa.

Od broja 1/2010, prema odluci Upravnog odbora Društva i Redakcionog odbora, radovi sa pozitivnim recenzijama i prihvaćeni za štampu, publikovaće se na srpskom i engleskom jeziku.

Svaka stranica treba da bude numerisana, a optimalni obim članka na jednom jeziku, je oko 16 stranica (30000 slovnih mesta) uključujući slike, fotografije, tabele i popis literature. Za radove većeg obima potrebna je saglasnost Redakcionog odbora.

Naslov rada treba sa što manje reči (poželjno osam, a najviše do jedanaeset) da opiše sadržaj članka. U naslovu ne koristiti skraćenice ni formule. U radu se iza naslova daju ime i prezime autora, a titule i zvanja, kao i ime institucije u podnožnoj napomeni. Autor za kontakt daje telefone, faks i adresu elektronske pošte, a za ostale autore poštansku adresu.

Uz sažetak (rezime) od oko 150 do 200 reči, na srpskom i engleskom jeziku daju se ključne reči (do deset). To je jezgrovit prikaz celog članka i čitaocima omogućuje uvid u njegove bitne elemente.

Rukopis se deli na poglavlja i potpoglavlja uz numeraciju, po hijerarhiji, arapskim brojevima. Svaki rad ima uvod, sadržinu rada sa rezultatima, analizom i zaključcima. Na kraju rada se daje popis literature.

Kod svih dimenzionalnih veličina obavezna je primena međunarodnih SI mernih jedinica.

Formule i jednačine treba pisati pažljivo vodeći računa o indeksima i eksponentima. Autori uz izraze u tekstu definišu simbole redom kako se pojavljuju, ali se može dati i posebna lista simbola u prilogu.

Prilozi (tabele, grafikoni, sheme i fotografije) rade se u crno-belom tehničkom, u formatu koji obezbeđuje da pri smanjenju na razmere za štampu, po širini jedan do dva stupca (8cm ili 16.5cm), a po visini najviše 24.5cm, ostanu jasni i čitljivi, tj. da veličine slova i brojeva budu najmanje 1.5mm. Originalni crteži treba da budu kvalitetni i u potpunosti pripremljeni za presnimavanje. Mogu biti i dobre, oštre i kontrastne fotokopije. Koristiti fotografije, u crno-belom tehničkom, na kvalitetnoj hartiji sa ostrim konturama, koje omogućuju jasnu reprodukciju. Skraćenice u prilogima koristiti samo izuzetno uz obaveznu legendu. Prilozi se posebno označavaju arapskim brojevima, prema redosledu navođenja u tekstu. Objašnjenje tabela daje se u tekstu.

Potrebno je dati spisak svih skraćenica korišćenih u tekstu.

U popisu literature na kraju rada daju se samo oni radovi koji se pominju u tekstu. Citirane radove treba prikazati po azbučnom redu prezimena prvog autora. Literaturu u tekstu označiti arapskim brojevima u uglastim zagradama, kako se navodi i u Popisu citirane literature, napr [1]. Svaki citat u tekstu mora se naći u Popisu citirane literature i obrnuto svaki podatak iz Popisa se mora navesti u tekstu.

U Popisu literature se navode prezime i inicijali imena autora, zatim potpuni naslov citiranog članka, iza toga sledi ime časopisa, godina izdavanja i početna i završna stranica (od - do). Za knjige iza naslova upisuje se ime urednika (ako ih ima), broj izdanja, prva i poslednja stranica poglavlja ili dela knjige, ime izdavača i mesto objavljivanja, ako je navedeno više gradova navodi se samo prvi po redu. Kada autor citirane podatke ne uzima iz izvornog rada, već ih je pronašao u drugom delu, uz citat se dodaje «citirano prema...». Neobjavljeni članci mogu se pominjati u tekstu kao «usmeno saopštenje».

Autori su odgovorni za izneseni sadržaj i moraju sami obezbediti eventualno potrebne saglasnosti za objavljivanje nekih podataka i priloga koji se koriste u radu.

Ukoliko rad bude prihvaćen za štampu, autori su dužni da, po uputstvu Redakcije, unesu sve ispravke i dopune u tekstu i prilogima.

Za detaljnija tehnička uputstva za pripremu rukopisa autori se mogu obratiti Redakcionom odboru časopisa.

Rukopisi i prilozi objavljenih radova se ne vraćaju. Sva eventualna objašnjenja i uputstva mogu se dobiti od Redakcionog odbora.

Radovi se mogu slati i na e-mail: folic@uns.ac.rs ili miram@uns.ac.rs i dimk@ptt.rs

Web sajt Društva i časopisa: www.dimk.rs

* Uputstvo autorima je modifikovano i treba ga, u pripremi radova, slediti.

Izdavanje časopisa "Građevinski materijali i konstrukcije" finansijski su pomogli:



INŽENJERSKA KOMORA SRBIJE

**MINISTARSTVO ZA NAUKU I TEHNOLOŠKI
RAZVOJ SRBIJE**



**UNIVERZITET U BEOGRADU
GRAĐEVINSKI FAKULTET**



**DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO
FAKULTET TENHIČKIH NAUKA NOVI SAD**



INSTITUT IMS AD, BEOGRAD



**UNIVERZITET CRNE GORE
GRAĐEVINSKI FAKULTET - PODGORICA**